Приложение 2 к РПД Дифференциальные уравнения
09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) – Программно-аппаратные комплексы
Форма обучения – очная
Год набора - 2020

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Общих дисциплин
2.	Направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
3.	Направленность (профиль)	Программно-аппаратные комплексы
4.	Дисциплина (модуль)	Дифференциальные уравнения
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2020

2. Перечень компетенций

– способность применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем (ОПК-8).

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	**Уметь:**	**Владеть:**	
1. Уравнения первого порядка.	ОПК-8	принципы построения математических моделей с использованием обыкновенных дифференциальных уравнений; основные типы дифференциальных уравнений; методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем.	решать обыкновенные дифференциальные уравнения первого и высших порядков и нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений.	навыками сбора, анализа и использования информации, необходимой для решений дифференциальных уравнений.	Устный опрос на понимание терминов; решение задач (2); групповая дискуссия (2)
2 Уравнения «*n*»-го порядка					Устный опрос на понимание терминов; решение задач (1); групповая дискуссия (2)
3. Нормальные системы уравнений.					Устный опрос на понимание терминов, решение задач (3); групповая дискуссия (5)

4. Критерии и шкалы оценивания

4.1. Устный опрос на понимание терминов

Процент правильных ответов	До 20	21-40	41-60	61-80	81-100
Количество баллов за решенный тест	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**

4.2. Решение задач

10 баллов выставляется, если обучающийся самостоятельно решил все рекомендованные задачи, правильно изложил все варианты их решения.

6 баллов выставляется, если обучающийся решил рекомендованные задачи, с незначительными подсказками со стороны преподавателя, правильно изложил все варианты решения, аргументировав их.

3 балла выставляется, если обучающийся решил рекомендованные задачи, с существенной помощью со стороны преподавателя, изложил некоторые варианты их решения, аргументировав их.

1 балл выставляется, если обучающийся решил рекомендованные задачи, с существенной помощью со стороны преподавателя, не изложив все варианты их решения и не аргументировав их.

4.3. Групповая дискуссия (устные обсуждения проблемы или ситуации)

Критерии оценивания	**Баллы**
– обучающийся ориентируется в проблеме обсуждения, грамотно высказывает и обосновывает свои суждения, владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания, материал излагает логично, грамотно, без ошибок; – при ответе обучающийся демонстрирует связь теории с практикой.	**5**
– обучающийся грамотно излагает материал; ориентируется в проблеме обсуждения, владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности; – ответ правильный, полный, с незначительными неточностями или недостаточно полный.	**2**
– обучающийся излагает материал неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, не может доказательно обосновать свои суждения; – обнаруживается недостаточно глубокое понимание изученного материала.	**0**

4.4. Подготовка опорного конспекта

Подготовка материалов опорного конспекта является эффективным инструментом систематизации полученных обучающимся знаний в процессе изучения дисциплины.

Составление опорного конспекта представляет собой вид внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося по созданию краткой информационной структуры, обобщающей и отражающей суть материала лекции, темы учебника. Опорный конспект призван выделить главные объекты изучения, дать им краткую характеристику, используя символы, отразить связь с другими элементами. Основная цель опорного конспекта – облегчить запоминание. В его составлении используются различные базовые понятия, термины, знаки (символы) — опорные сигналы. Опорный конспект может быть представлен системой взаимосвязанных геометрических фигур, содержащих блоки концентрированной информации в виде ступенек логической лестницы; рисунка с дополнительными элементами и др.

Критерии оценки опорного конспекта	Максимальное количество баллов
- подготовка материалов опорного конспекта по изучаемым темам дисциплины только в текстовой форме;	**5**
- подготовка материалов опорного конспекта по изучаемым темам дисциплины в текстовой форме, которая сопровождается: подробными математическими выкладками (выполненными в редакторе формул).	**10**

4.5. Выполнение задания на составление глоссария

	Критерии оценки	Количество баллов
1	аккуратность и грамотность изложения, работа соответствует по оформлению всем требованиям	**2**
2	полнота исследования темы, содержание глоссария соответствует заданной теме	**3**
	ИТОГО:	**5 баллов**

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.1. Типовое задание на понимание терминов

Ниже приводятся определения важнейших терминов по данной теме. Выберите правильное определение для каждого термина из списка:

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
2. Задача Коши.
3. Дифференциальное уравнение разрешенное относительно производной.
4. Дифференциальное уравнение с неразделенными переменными.
5. Дифференциальное уравнение с разделенными переменными.
6. Однородное дифференциальное уравнение первого порядка.
7. Дифференциальное уравнение первого порядка в полных дифференциалах.
8. Линейное однородное дифференциальное уравнение первого порядка.
9. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.
10. Дифференциальное уравнение первого порядка Бернулли.
11. Дифференциальное уравнение первого порядка Дарбу-Миндинга
12. Формула Эйлера
13. Дифференциальное уравнение первого порядка неразрешенное относительно производной.
14. Дифференциальное уравнение первого порядка Клеро

a. *Если коэффициенты M(x,y) и N(x,y) являются однородными функциями одной и той же степени.*

b. $y'+p(x)y=0$.

c. $y'+p(x)y=q(x,y)$.

d. $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$.

e. *Задача нахождения решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего поставленным начальным условиям.*

f. *Дифференциальные уравнения, содержащие производные лишь по одной переменной.*

g. $y'=f(x,y)$.

h. $M(x)dx+N(y)dy=0$.

i. *Выполняется условие Эйлера.*

j. $y'+p(x)y=q(x,y)y^n$.

k. $y=exp(-\int p(x)dx)\{C+\int q(x)[exp(\int p(x)dx)]dx\}$.

l. $F(x,y,y') = 0$.

m. $y=x\,y'+\Psi(y')$.

n. $M(x,y)dx+N(x,y)dy+R(x,y)\ (xdy-ydx)=0$.

Ключ: 1-f, 2-e, 3-g, 4-d, 5-h, 6-a, 7-i, 8-b, 9-c, 10-j, 11-n, l2-k, 13-l, 14-m.

5.2. Примеры решения задач

Пример 1 Найти силу тяги состава с рудой по истечении времени t имеющего начальную скорость v0, двигающегося с ускорением прямопропорциональным силе тяги F=b-kv и обратно пропорциональным массе состава с рудой. Если в начальный момент времени при t =0 сила тяги определяется выражением F(t)= F0=b-kv0.

▲ скорость движения состава с рудой является функцией времени, т.е. $v= v(t)$, а его ускорение определяется 2-м законом Ньютона

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{F}{m}$$, где $F=b-kv$.

Поэтому дифференциальное уравнение исходной задачи будет иметь вид:

$$\frac{dv}{dt}=\frac{b-kv}{m} . \qquad (*)$$

Разделяя переменные в этом уравнении, получим уравнение с разделенными переменными

$$\frac{dv}{b-kv}=\frac{dt}{m} ,$$

Интегрируя которое, найдем общее решение уравнения (*)

$$-\frac{1}{k}\ln|b-kv|=\frac{1}{m}t+C \quad \text{или} \quad t=-\frac{m}{k}\ln|b-kv|+C \qquad (**)$$

В решении (**) удовлетворим начальному условию – $v(0)=v_0$.

$$0=-\frac{m}{k}\ln|b-kv_0|+C \quad \Rightarrow \quad C=\frac{m}{k}\ln|b-kv_0| .$$

Подставив найденное значение постоянной C в общее решение (**), получим решение задачи Коши:

$$t=-\frac{m}{k}\ln|b-kv|+\frac{m}{k}\ln|b-kv_0|$$

или

$$t=\frac{m}{k}\ln\left|\frac{b-kv_0}{b-kv}\right|=\left\{F_0=b-kv_0, F=b-kv\right\}=\frac{m}{k}\ln\left|\frac{F_0}{F}\right| .$$

Таким образом, искомую силу тяги состава с рудой в любой момент времени, найдем из последнего равенства, избавившись в нем от логарифма

$$t\frac{k}{m}=\ln\left|\frac{F_0}{F}\right|\Rightarrow\frac{F_0}{F}=e^{\frac{k}{m}t}\Rightarrow F=F_0e^{-\frac{k}{m}t} .$$ ▲

Пример 2. Рассмотрим вентиляцию забоя объемом V(м^3), в котором в процессе проведения работ накапливаются вредные газообразные выделения в количестве Z в час. Пусть обмен воздуха в течении 1 часа составляет M (м^3/ч), причем приточный воздух содержит вредные вещества в концентрации μ на 1 м^3. Требуется найти концентрацию Z (на 1 м^3) вредных выделений в забое через время t после начала работы, если начальное значение этой концентрации (остаток загрязнений от предыдущей смены) составляет Z_0.

▲ За малый промежуток времени dt концентрация вредных выделений Z увеличивается на dZ. Следовательно общее количество выделений составит VdZ и оно будет состоять из выделений, принесенных приточным воздухом - μMdt, и выделений образовавшихся в процессе работы - Zdt за вычетом количества вредных выделений, которое содержалось в извлеченном из забоя за время dt воздухе. Предположим, что за малый промежуток времени dt изменение концентрации вредных выделений равно – $ZMdt$. Следовательно, уравнение вентиляции забоя имеет вид:

$$VdZ=\mu Mdt+Zdt-ZMdt \quad \text{или} \quad \frac{dZ}{dt}-\frac{1-M}{V}Z=\frac{\mu M}{V}$$

Полученное уравнение является линейным неоднородным уравнением, которое будем решать используя сразу формулу общего решения (1.51):

$$Z=e^{\frac{1-M}{V}\int dt}\left[C_1+\frac{\mu M}{V}\int e^{-\frac{1-M}{V}\int dt}dt\right]=e^{\frac{1-M}{V}t}\left[C_1-\frac{\mu M}{V}\cdot\frac{V}{1-M}e^{-\frac{1-M}{V}t}\right] \quad \text{или}$$

$$Z=C_1e^{\frac{1-M}{V}t}-\frac{\mu M}{1-M}.$$

Удовлетворяя начальному условию $Z(0)=Z_0$, определим значение произвольной постоянной $Z_0=C_1-\frac{\mu M}{1-M}, \quad \Rightarrow C_1=Z_0+\frac{\mu M}{1-M}$. Таким образом, окончательное решение исходной задачи имеет вид:

$$Z=Z_0e^{\frac{1-M}{V}t}+\frac{\mu M}{1-M}\left(e^{\frac{1-M}{V}t}-1\right). ▲$$

Пример 3. Найти силу тяги состава с рудой по истечении времени t имеющего начальную скорость v_0, двигающегося с ускорением прямопропорциональным силе тяги $F=b-kv$ и обратно пропорциональным массе состава с рудой. Если в начальный момент времени при t =0 сила тяги определяется выражением $F(t)= F_0=b-kv_0$.

▲ скорость движения состава с рудой является функцией времени, т.е. $v= v(t)$, а его ускорение определяется 2-м законом Ньютона

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{F}{m}$$, где $F=b-kv$.

Поэтому дифференциальное уравнение исходной задачи будет иметь вид:

$$\frac{dv}{dt}=\frac{b-kv}{m}. \qquad (*)$$

Разделяя переменные в этом уравнении, получим уравнение с разделенными переменными

$$\frac{dv}{b-kv}=\frac{dt}{m},$$

Интегрируя которое, найдем общее решение уравнения (*)

$$-\frac{1}{k}\ln|b-kv|=\frac{1}{m}t+C \quad \text{или} \quad t=-\frac{m}{k}\ln|b-kv|+C \qquad (**)$$

В решении (**) удовлетворим начальному условию – $v(0)=v_0$.

$$0=-\frac{m}{k}\ln|b-kv_0|+C \quad \Rightarrow \quad C=\frac{m}{k}\ln|b-kv_0|.$$

Подставив найденное значение постоянной C в общее решение (**), получим решение задачи Коши:

$$t=-\frac{m}{k}\ln|b-kv|+\frac{m}{k}\ln|b-kv_0|$$

или

$$t=\frac{m}{k}\ln\left|\frac{b-kv_0}{b-kv}\right|=\left[F_0=b-kv_0, F=b-kv\right]=\frac{m}{k}\ln\left|\frac{F_0}{F}\right|.$$

Таким образом, искомую силу тяги состава с рудой в любой момент времени, найдем из последнего равенства, избавившись в нем от логарифма

$$t\frac{k}{m}=\ln\left|\frac{F_0}{F}\right|\Rightarrow\frac{F_0}{F}=e^{\frac{k}{m}t}\Rightarrow F=F_0e^{-\frac{k}{m}t}.$$ ▲

Пример 4. Трубопровод тепловой магистрали (диаметр 20 см) защищенный изоляцией толщиной 10 см отапливает рабочее помещение при этом температура трубы 160ºС, а внешнего ее покрова 30ºС. Определить распределение температуры внутри изоляции, если коэффициент теплопроводности k = 0,00017, а также количество теплоты, отдаваемой 1 м трубы.

▲ Если тело находится в стационарном тепловом состоянии и температура T в каждой его точке есть функция только одной координаты x, то, в соответствии с законом теплопроводности Фурье, количество теплоты, испускаемое в секунду будет равно

$$Q=-\lambda S(x)\frac{dT}{dx}=\text{const} \tag{1}$$

где λ – коэффициент теплопроводности, а площадь сечения тела $S(x)$ определяется по формуле

$S(x)=2\pi xl$,

где x– радиус трубопровода, l – длина трубы, следовательно, уравнение (1) можно записать в виде

$$Q=-\lambda S(x)\frac{dT}{dx}=-2\lambda\pi xl\frac{dT}{dx}$$

или

$$Q+2\lambda\pi xl\frac{dT}{dx}=0 \tag{2}$$

Разделяя переменные в дифференциальном уравнении (2) получим

$$dT=-\frac{Q}{2\lambda\pi l}\cdot\frac{dx}{x} \tag{3}$$

По условию задачи необходимо определить распределение температуры внутри изоляции. Поэтому сначала левую часть уравнения (3) интегрируем в пределах от 160ºС до 30ºС, а правую часть интегрируем в пределах от 10 до 20 см.

$$\int_{160}^{30} dt\,T=-\frac{Q}{2\lambda\pi l}\int_{10}^{20}\frac{dx}{x};$$

После интегрирования уравнения (3), находим

$$T\Big|_{160}^{30}=30-160=-\frac{Q}{0{,}00017\cdot 2\pi l}\cdot\ln x\Big|_{10}^{20}=-\frac{Q}{0{,}00017\cdot 2\pi l}\cdot\ln 2 \qquad (4)$$

Затем, проинтегрируем левую часть уравнения (3) в пределах от 160ºС до некоторой температуры T, а правую часть интегрируем в пределах от 10 до x см. После интегрирования уравнения (3), находим

$$\int_{160}^{T} dt\, T=-\frac{Q}{2\lambda\pi l}\int_{10}^{x}\frac{dx}{x};$$

$$T\Big|_{160}^{T}=T-160=-\frac{Q}{0{,}00017\cdot 2\pi l}\cdot\ln x\Big|_{10}^{x}=-\frac{Q}{0{,}00017\cdot 2\pi l}\cdot\ln 0{,}1\,x \qquad (5)$$

Разделив почленно уравнение (5) на уравнение (4), получим

$$\frac{T-160}{-130}=\frac{\ln 0.1\,x}{\ln 2}$$

Из этого уравнения следует, что закон распределения температуры внутри изоляции будет иметь вид

$$T=591{,}8-431{,}8\ln x$$

Кроме того, по условию задачи необходимо определить количество теплоты отдаваемой 1 м трубы. Поэтому для того, чтобы выполнить условие задачи необходимо из уравнения (4) при l = 100 см выразить Q и рассчитать его значение

$$Q=\frac{130\cdot 0.00017\cdot 2\cdot\pi\cdot 100}{\ln 2}=\frac{130\cdot 0.00017\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot 100}{0{,}69315}=1730600\,ккал$$

▲

__Пример.5__ Кусок рудной массы m падает в рудоспуск под действием силы тяжести, при этом воздух оказывает сопротивление, пропорциональное квадрату скорости падения. Найти закон движения куска.

▲ Пусть s — расстояние, пройденное телом к моменту t. Тогда движение определяется уравнением

$$m\frac{d^2s}{dt}=mg-k\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$$

которое может быть представлено в виде

$$m\frac{dv}{dt}=mg-kv^2 \qquad (1)$$

где скорость $v=\dfrac{ds}{dt}$. Дифференциальное уравнение (1) является уравнением Риккати.

Разделяя в нем переменные, имеем

$$\frac{md\,v}{mg-kv^2}=dt$$

или после сокращения левой части равенства на m

$$\frac{dv}{g-\frac{k}{m}v^2}=dt$$

Интегрируя это равенство, получаем

$$\int \frac{dv}{g-\frac{k}{m}v^2}=t+C$$

(2)

Для вычисления интеграла в левой части уравнения (2) применяем метод неопределенных коэффициентов, и тогда

$$\int \frac{dv}{g-\frac{k}{m}v^2}=\int \frac{Ad\,v}{\sqrt{g}-\sqrt{\frac{k}{m}}v}+\int \frac{Bd\,v}{\sqrt{g}+\sqrt{\frac{k}{m}}v}$$

(3)

Откуда

$$A-B=0$$

$$A+B=\frac{1}{\sqrt{g}}$$

или

$$A=B=\frac{1}{2\sqrt{g}}$$

Подставляя найденные значения коэффициентов в интеграл (3), имеем

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{gk}}\int \frac{d\left(g+\sqrt{\frac{gk}{m}}v\right)}{\left(g+\sqrt{\frac{gk}{m}}v\right)}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{gk}}\int \frac{d\left(g-\sqrt{\frac{gk}{m}}v\right)}{\left(g-\sqrt{\frac{gk}{m}}v\right)}=t+C$$

Для краткости обозначим $\sqrt{\frac{gk}{m}}=r$. Тогда после умножения равенства на $2\sqrt{\frac{gk}{m}}$ находим

$$\int \frac{d(g+rv)}{g+rv}-\int \frac{d(g-rv)}{g-rv}=2r(t+C)$$

или

$$\ln(g+rv)-\ln(g-rv)=2rt+2rC$$

откуда

$$\ln\left(\frac{g+rv}{g-rv}\right)=2rt+2rC$$

(4)

Потенцируя уравнение (4), получаем

$$\frac{g+rv}{g-rv}=e^{2rt+2rC}=e^{2rt}e^{2rC}=\left\{e^{2rC}=C_1\right\}=C_1e^{2rt}$$

Откуда искомая функция имеет вид

$$v=\frac{g}{r}\cdot\frac{\left(C_1e^{2rt}-1\right)}{\left(C_1e^{2rt}+1\right)}$$

или с учетом того, что $g=\frac{r^2 m}{k}$ и $C^{¿}=\frac{1}{C_1}$, получим

$$v=\frac{rm}{k}\cdot\frac{\left(e^{rt}-C^{¿}e^{-rt}\right)}{\left(e^{rt}+C^{¿}e^{-rt}\right)} \qquad (5)$$

Из уравнения (5) очевидно, что при *t,* стремящемся к бесконечности, скорость v достигает предельного значения

$v_{\max}=V$,

для которого

$$V=\frac{rm}{k}=\sqrt{\frac{mg}{k}}$$

Следовательно, уравнение (5) записывается в виде

$$v=V\cdot\frac{\left(e^{rt}-C^{¿}e^{-rt}\right)}{\left(e^{rt}+C^{¿}e^{-rt}\right)} \qquad (6)$$

Начальное условие: при $t=0$ $v=v_0$.

Пусть ради краткости записи $u_0=v_0/V$. Тогда постоянная интегрирования C^* в уравнении (6) принимает значение

$$C^{¿}=\frac{1-u_0}{1+u_0}$$

Подставляя это значение в уравнение (6), замечаем, что v может быть записана в виде

$$v=V\cdot\frac{\left(u_0+\operatorname{th} rt\right)}{\left(1+u_0\operatorname{th} rt\right)}$$

Принимая, что при $t=0$ $s=0$, можем теперь определить закон движения s:

$$s=\int\limits_0^t v(t)\,dt=\frac{V}{r}\ln\left(\operatorname{ch} rt+u_0\operatorname{sh} rt\right)$$

Подставляя $r=\frac{g}{V}$ и $u_0=\frac{v_0}{V}$ в это равенство, окончательно получаем искомый закон движения

$$s=\frac{V^2}{g}\ln\left(\operatorname{ch}\frac{gt}{V}+\frac{v_0}{V}\operatorname{sh}\frac{gt}{V}\right).$$ ▲

<u>*Пример 6.*</u> Найти решения уравнения:

$$\left(x^3 y-3x^2 y+y^3\right)dx+2x^3 dy=0.$$

▲Разделив обе части исходного уравнения на $dx\neq 0$ ($x=0$ – очевидное решение), получим уравнение Бернулли

$$2x^3\frac{dy}{dx}+\left(x^3-3x^2\right)y=-y^3.$$

Считая $y\neq 0$ ($y=0$ – тривиальное решение), делим обе части последнего уравнения на ($-y^3$) и делаем замену $z(x)=y^{-2}$. Тогда получим

$$-\frac{2y'}{y^3}=z'(x), \qquad x^3 z'-\left(x^3-3x^2\right)z=1.$$

Решая это уравнение, находим

$$z(x)=C_1 x^{-3} e^{x}-x^{-3}.$$

Теперь запишем все решения исходного уравнения

$$C_1 y^2 e^{x}-y^2-x^3=0\,;\; x=0\,;\; y=0.$$ ▲

Пример 7. Найти общее решение уравнения:

$$y'=-y^2+1+x^2.$$

▲Это уравнение является уравнением Риккати, в котором $a(x)=-1$, $b(x)=0$ и $c(x)=1+x^2$. Проверка условия $c(x)=-a(x)x^2-b(x)x+1$. Привело к результату: $1+x^2=1+x^2$. Следовательно, это условие выполняется и за частное решение исходного уравнения можно принять функцию: $y_1=x$. Таким образом, полагая $y=x+\frac{1}{z}$ и вычислив $y'=1-z^{-2}z'$, приводим исходное уравнение к неоднородному линейному уравнению: $z'-2xz=1$. Откуда

$$z=e^{x^2}\left(C+\int e^{-x^2}dx\right).$$

Следовательно, общее решение исходного уравнения Риккати имеет вид:

$$y=x+\frac{e^{-x^2}}{C+\int e^{-x^2}dx}.$$ ▲

Пример 8. Найти общий интеграл уравнения:

$$(x+y-1)dx+(x-y^2+2)dy=0.$$

▲Установим, является ли исходное равнение уравнением в полных дифференциалах. Для этого проверим, выполняется ли условие Эйлера (1.87). Здесь

$M(x,y)=x+y-1$, а $N(x,y)=x-y^2+2$.

Вычислим производные $\frac{\partial M}{\partial y}$ и $\frac{\partial N}{\partial x}$: $\frac{\partial M}{\partial y}=1$ и $\frac{\partial N}{\partial x}=1$, следовательно, условие Эйлера выполнено, и исходное уравнение является уравнением в полных дифференциалах. Найдем функцию *u(x,y)* по изложенной выше схеме, а именно, предположим, чтобы выполнялось равенство $\frac{\partial u}{\partial x}=M(x,y)$:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=x+y-1,$$

отсюда

$$u(x,y)=\int(x+y-1)dx+\phi(y)=\frac{x^2}{2}+xy-x+\phi(y).$$

Далее потребуем от *u(x,y)* обеспечения равенства $\frac{\partial u}{\partial y}=N(x,y)$:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{x_2}{2}+xy-x+\phi(y)\right]=N(x,y)=x-y^2+2,$$

или $0+x-0+\phi'(y)=x+\phi'(y)=x-y^2+2$, или $\phi'(y)=-y^2+2$. Следовательно,

$$\phi(y)=\int(-y^2+2)dy=-\frac{y^3}{3}+2y.$$

Таким образом, искомая функция и соответственно общий интеграл исходного уравнения будут иметь вид:

$$u(x,y)=\frac{x^2}{2}+xy-x-\frac{y^3}{3}+2y=C.$$

Получим общий интеграл исходного уравнения, потребовав выполнения равенства $\frac{\partial u}{\partial y}=N(x,y)$:

$u(x,y)=\int(x-y^2+2)dy+\psi(x)=xy-\frac{y^3}{3}+2y+\psi(x)$, а теперь потребуем, чтобы выполнялось $\frac{\partial u}{\partial x}=M(x,y)$: $y+\psi'(x)=x+y-1$. Найдем $\psi(x)=\int(x-1)dx=\frac{x^2}{2}-x$.

Таким образом, общий интеграл исходного уравнения имеет вид:

$$C=xy-\frac{y^3}{3}+2y+\frac{x^2}{2}-x.$$

Следовательно, независимо от того, какое из условий (1.86) будет выполняться в первую очередь, общий интеграл исходного уравнения будет одним и тем же.

Общий интеграл исходного уравнения можно записать в виде (1.89):

$$\int_{x_0}^{x}(x+y-1)dx+\int(x_0-y^2+2)dy=C.$$

Выполним интегрирование:

$$\left(\frac{x^2}{2}+xy-x\right)\Big|_{x_0}^{x}+\left(x_0y-\frac{y^3}{3}+2y\right)\Big|_{y_0}^{y}=C,$$

или

$$\frac{x^2}{2}+xy-x-\left(\frac{x_0^2}{2}+x_0y-x_0\right)+\left(x_0y-\frac{y^3}{3}+2y\right)-\left(x_0y_0-\frac{y_0^3}{3}+2y_0\right)=C,$$

т.к. x_0,y_0 можно брать произвольно, то, обозначив $C_1=C+\frac{x_0^2}{2}-x_0+x_0y_0+2y_0-\frac{y_0^3}{3}$, окончательно получим

$$C_1=\frac{x^2}{2}+xy-x-\frac{y^3}{3}+2y.$$ ▲

<u>Пример 9.</u> Найти решения уравнения: $y'=\exp\left(\frac{xy'}{y}\right)$.

▲ Разрешив это уравнение относительно *x* и, полагая в этом уравнении $y'=p$, получим $x=\frac{y}{p}\ln p$. Так как $dy=pdx$, то

$$dy=pd\left(\frac{y}{p}\ln p\right)=\frac{y}{p}dp+\ln p\,dy-\frac{y}{p}\ln p\,dp,$$

или

$$(1-\ln p)\left(dy-\frac{y}{p}dp\right)=0$$
.

Из этого уравнения находим: *p* = *e* и $p=Cy$. Таким образом, решения исходного уравнения имеют вид:

$x=\frac{y}{e}$ и $Cx=\ln Cy$.▲

Пример 10. Найти общее решение уравнения: $y''-y=0$.

▲ 1. Запишем характеристическое уравнение: $\lambda^2-1=0$.

2. Найдем корни этого уравнения: $\lambda_1=1,\lambda_2=-1$.

3. Поскольку корни действительные и различные, то по правилу 1 им ставятся в соответствие функции $y_1=e^x$, и $y_2=e^{-x}$, которые составляют фундаментальную систему линейно независимых решений исходного уравнения. Следовательно, общее решение исходного уравнения имеет вид:

$$y(x)=C_1e^x+C_2e^{-x}$$
.▲

Пример 11. Найти общее решение уравнения:

$$y^{(5)}-5y^{(4)}+18\{y'''-34\{y¿''+45\{y¿'-25y=0¿$$
.

▲ 1. Запишем характеристическое уравнение:

$$\lambda^5-5\lambda^4+18\lambda^3-34\lambda^2+45\lambda-25=0$$
.

2. Это характеристическое уравнение имеет корни:

$$\lambda_1=1,\lambda_{2,3}=1\pm 2i,\lambda_{4,5}=1\pm 2i$$
.

3. Мы видим, что среди корней характеристического уравнения есть как действительные и различные корни, так и комплексно сопряженные, причем комплексные корни являются кратными. Поэтому для составления фундаментальной системы линейно независимых решений воспользуемся правилами 1, 2 и 3. Корню $\lambda_1=1$ соответствует решение $y_1=e^x$, а каждому из двукратных корней $\lambda_{2,4}=1+2i$ и $\lambda_{3,5}=1-2i$, отвечают решения: $y_2=e^x\cos 2x, y_3=xe^x\cos 2x, y_4=e^x\sin 2x, y_5=xe^x\sin 2x.$ Совокупность этих пяти решений y_1,y_2,y_3,y_4,y_5 - образует фундаментальную систему линейно независимых решений. Следовательно, общее решение запишется так:

$$y=C_1e^x+e^x\left[(C_2+xC_3)\cos 2x+(C_4x+C_5)\sin 2x\right]$$
.▲

Пример 12. Найти частное и общее решение уравнения:

$$y''-4y'+5y=\frac{e^{2x}}{\cos x}$$
.

▲ В соответствии с методом Лагранжа, составим соответствующее этому неоднородному уравнению с постоянными коэффициентами однородное уравнение

$$y''-4y+5y=0$$

и решим его. Для этого запишем характеристическое уравнение: $\lambda^2-4\lambda+5=0$. Это характеристическое уравнение имеет корни: $\lambda_{1,2}=2\pm i$.

Мы видим, что корни характеристического уравнения комплексные, поэтому общее решение однородного уравнения имеет вид:

$$y=C_1e^{2x}\cos x+C_2e^{2x}\sin x.$$

Будем искать частное решение исходного уравнения в виде

$$y=C_1(x)e^{2x}\cos x+C_2(x)e^{2x}\sin x. \qquad (*)$$

Составим систему

$$\begin{cases} C_1'(x)e^{2x}\cos x+C_2'(x)e^{2x}\sin x=0 \\ C_1'(x)(2e^{2x}\cos x-e^{2x}\sin x)+C_2'(x)(2e^{2x}\sin x+e^{2x}\cos x)=\dfrac{e^{2x}}{\cos x} \end{cases}$$

или сокращая на e^{2x},

$$\begin{cases} C_1'(x)\cos x+C_2'(x)\sin x=0 \\ C_1'(x)(2\cos x-\sin x)+C_2'(x)(2\sin x+\cos x)=\dfrac{1}{\cos x} \end{cases}. \qquad (**)$$

Решить эту систему относительно C_1' и C_2' можно различными способами, например, используя правило Крамера. В данном случае удобнее сначала преобразовать второе уравнение, а именно, умножить обе его части первого уравнения на –2 и затем прибавить полученный результат ко второму. В итоге получим уравнение:

$$C_1'(x)(-\sin x)+C_2'(x)\cos x=\frac{1}{\cos x}$$

и, следовательно, этим уравнением можно заменить второе уравнение в системе (**)

$$\begin{cases} C_1'(x)\cos x+C_2'(x)\sin x=0 \\ C_1'(x)(-\sin x)+C_2'(x)(\cos x)=\dfrac{1}{\cos x} \end{cases}$$

Решая эту систему по правилу Крамера, получим

$$C_1'(x)=\frac{\begin{vmatrix} 0 & \sin x \\ \dfrac{1}{\cos x} & \cos x \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{vmatrix}}=-\operatorname{tg} x,\Rightarrow C_1(x)=-\int \operatorname{tg} x\,dx=\ln|\cos x|,$$

$$C_2'(x)=\frac{\begin{vmatrix} \cos x & 0 \\ -\sin x & \dfrac{1}{\cos x} \end{vmatrix}}{1}=1,\Rightarrow C_2(x)=\int dx=x.$$

Подставляя полученные значения C_1' и C_2' в (*), получим частное решение исходного неоднородного уравнения

$$y_{частное}(x)=e^{2x}(\cos x\cdot\ln|\cos x|+x\sin x).$$

Таким образом, общее решение исходного уравнения имеет вид:

$$y(x)=e^{2x}(C_1\cos x+C_2\sin x)+e^{2x}(\cos x\cdot\ln|\cos x|+x\sin x).$$ ▲

<u>*Пример 13.*</u> Найти частное решение уравнения: $y''-y=xe^x$.

▲ 1. Для правой части исходного уравнения определяем параметры α,β,q,l: $\alpha=1$, $\beta=0$, $q=1$.

2. Корни характеристического уравнения $\lambda^2-1=0$ действительные и различные, $\lambda_{1,2}=\pm1$. Учитывая, что число $(\alpha+i\beta)=1$ совпадает с корнем $\lambda_1=1$.кратности 1, то

тогда s=1, и m = max(q,l)= 1. Исходя из этого, можно выписать вид искомого частного решения:

$$y_ч(x)=e^x(A_0x+A_1)x$$.

3. Подставляем в исходное уравнение выражения для $y_ч(x)$ и ее второй производной

$$y_ч''(x)=e^x\left[A_0x^2+x(4A_0+A_1)+2A_1+2A_0\right]$$.

После преобразований (сокращения на e^x и приведения подобных) получаем равенство:

$$4A_0x+2A_0+2A_1=x$$.

В этом равенстве приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях функции переменной x в правой и левой частях:

$$x^1: 4A_0=1$$
$$x^0: 2A_0+2A_1=0$$, откуда следует, что $A_0=\frac{1}{4}, A_1=-\frac{1}{4}$.

Полученные значения неопределенных коэффициентов A_0 и A_1 подставив в вид искомого частного решения, получим окончательно:

$$y_ч(x)=\frac{1}{4}e^x(x^2-x)$$.▲

<u>Пример 14.</u> Найти частное решение уравнения:

$$y'''-y''+3y'+5y=5e^{2x}\cos x+4e^{-x}$$.

▲ Прежде всего, функцию $f(x)$ представим в виде суммы двух функций $f_1(x)=5e^{2x}\cos x$ и $f_2(x)=4e^{-x}$. Для каждого случая будем подбирать свое частное решение исходного уравнения.

1. Для функции $f_1(x)$ определяем параметры α,β,q,l: $\alpha=2$, $\beta=1$, $q=0$, а для функции $f_2(x)$ соответственно $\alpha=-1$, $\beta=0$, $q=0$.

2. Характеристическое уравнение $\lambda^3-\lambda^2+3\lambda+5=0$ имеет корни:

$$\lambda_1=-1, \lambda_{2,3}=1\pm 2i$$.

Учитывая, что для функции $f_1(x)$ число $(\alpha+i\beta)=2+i$ не совпадает ни с одним из корней характеристического уравнения, поэтому s=0, а для функции $f_2(x)$ число $(\alpha+i\beta)=-1$ совпадает с корнем λ_1 кратности 1. Исходя из этого, можно выписать частное решение:

$$y_ч(x)=y_{ч1}(x)+y_{ч2}(x)=e^{2x}(A_0\cos x+B_0\sin x)+D_0xe^{-x}$$.

3. Подставляем в исходное уравнение выражения для $y_ч(x)$ и его производных и находим значения неопределенных коэффициентов A_0, B_0, D_0 . Для удобства определения этих коэффициентов подставим $y_{ч1}(x)$ в уравнение с правой частью $f_1(x)$, а $y_{ч2}(x)$ в уравнение с правой частью $f_2(x)$.

Подставляем $y_{ч1}(x)=e^{2x}(A_0\cos x+B_0\sin x)$ и производные:

$$y_{ч1}'(x)=e^{2x}(2A_0\cos x+2B_0\sin x-A_0\sin x+B_0\cos x),$$
$$y_{ч1}''(x)=e^{2x}(3A_0\cos x+3B_0\sin x-4A_0\sin x+4B_0\cos x),$$
$$y_{ч1}'''(x)=e^{2x}(2A_0\cos x+2B_0\sin x-11A_0\sin x+11B_0\cos x)$$

в исходное уравнение с правой частью $f_1(x)$ = $5e^{2x}\cos x$.Сокращая на e^{2x} и приравнивая коэффициенты при $\cos x$ и $\sin x$ в правой и левой частях полученного равенства, будем иметь систему из двух уравнений:

$$2A_0+11B_0-3A_0-4B_0+6A_0+3B_0+5A_0=5,$$
$$2B_0-11A_0-3B_0+4A_0+6B_0-3A_0+5B_0=0,$$
¿

{¿¿¿

¿

или после преобразований

$$10A_0+10B_0=5$$
$$-10A_0+10B_0=0,$$
¿

{¿¿¿

¿

откуда находим, что

$$A_0=B_0=\frac{1}{4},\Rightarrow y_{ч1}(x)=\frac{1}{4}e^{2x}(\cos x+\sin x)$$
.

Далее подставляем функцию $f_2(x)$ = D_0xe^{-x} и ее производные:

$$y'_{ч2}(x)=D_0e^{-x}(-x+1),\ y''_{ч2}(x)=D_0e^{-x}(x-2),\ y'''_{ч2}(x)=D_0e^{-x}(3-x)$$

в исходное уравнение с правой частью равной $4e^{-x}$. Сократив на e^{-x}, получим равенство $8D_0=4$, то есть D_0 = ½, следовательно

$$y_{ч2}(x)=\frac{1}{2}xe^{-x}$$
.

Таким образом, частное решение исходного уравнения запишем в виде суммы двух частных решений, и окончательно оно будет иметь вид:

$$y_ч(x)=y_{ч1}(x)+y_{ч2}(x)=\frac{1}{4}e^{2x}(\cos x+\sin x)+\frac{1}{2}xe^{-x}$$
.▲

__Пример 15.__ Найти решение уравнения: $x^2y''-xy'+y=0$.

▲ Полагая $x=e^t$ или $t=\ln x$, найдем $\frac{dt}{dx}=\frac{1}{x}=e^{-t}$.

Вычислим производные по новой переменной t, обозначив точками дифференцирование по t:

$$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot e^{-t}=\dot{y}e^{-t},$$
$$y''=\frac{d}{dt}(y')\cdot\frac{dt}{dx}=\frac{d}{dt}(\dot{y}e^{-t})\cdot e^{-t}=(\ddot{y}-\dot{y})e^{-2t}$$
.

Подставив $\dot{y},\ddot{y}$ в исходное уравнение, получим

$$e^{2t}\cdot e^{-2t}(\ddot{y}-\dot{y})-e^t\cdot e^{-t}\cdot y+y=0,\ \text{ или }\ \{\ \ddot{y}-2\dot{y}+y=0¿$$
.

Следовательно, мы получили однородное линейное уравнение. Его характеристическое уравнение $\lambda^2-2\lambda+1=0$ имеет корни $\lambda_1=\lambda_2=1$. Поскольку корни действительные и кратные, с кратностью равной двум, то общее решение будет иметь вид:

$$y(t)=(C_1+tC_2)e^t$$
.

Перейдя к переменной x, окончательно получим общее решение исходного уравнения

$$y(x)=(C_1+C_2\ln x)x$$
.▲

__Пример 16.__ Найти решение уравнения:

$$x^2y''-xy'+y=\cos\ln x$$
.

▲ Полагая $x=e^t$ или $t=\ln x$, найдем $\frac{dt}{dx}=\frac{1}{x}=e^{-t}$.

Вычислим производные по новой переменной t, обозначив точками дифференцирование по t:

$$y'=\dot{y}e^{-t},\ y''=(\ddot{y}-\dot{y})e^{-2t}$$
.

Подставив $\dot{y}, \ddot{y}$ в исходное уравнение, получим

$$\ddot{y}-2\dot{y}+y=\cos t \quad . (*)$$

Это неоднородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами Общее решение соответствующего ему однородного уравнения (см. *пример 36*) имеет вид

$$y(t)=(C_1+tC_2)e^t \quad ,$$

а частное решение можно получить методом неопределенных коэффициентов.

Поскольку параметры правой части неоднородного уравнения (*) равны, соответственно, $\alpha=0, \beta=1$, $q = 0$, $l = 0$ и число $(\alpha+i\beta)=i\beta$ не совпадает ни с одним корнем характеристического уравнения, поэтому s=0, и m = max(q,l)= 0. Исходя из этого, можно выписать вид искомого частного решения:

$$y_ч(t)=A_0\cos t+B_0\sin t$$

Вычислим производные от $y_ч(t)$

$$\dot{y}_ч(t)=-A_0\sin t+B_0\cos t\,,$$

$$\ddot{y}_ч(t)=-A_0\cos t-B_0\sin t$$

и подставив их в уравнение (*), получим

$$-2B_0\cos t+2A_0\sin t\equiv\cos t \quad .$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых функциях в правой и левой частях этого уравнения

$$-2B_0=1,\Rightarrow B_0=-\frac{1}{2},$$

$$2A_0=0,\Rightarrow A_0=0\,.$$

Следовательно, частное решение уравнения (*) имеет вид

$$y_ч(t)=-\frac{1}{2}\sin t \quad ,$$

а общее решение уравнения (*) будет выглядеть так:

$$y_{общее}(t)=(C_1+tC_2)e^t-\frac{1}{2}\sin t \quad .$$

Таким образом, общее решение исходного уравнения имеет вид:

$$y(x)=(C_1+C_2\ln x)x-\frac{1}{2}\sin\ln x \quad .▲$$

5.3. Примеры вопросов к групповой дискуссии

Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.

1. Какое уравнение называют дифференциальным?
2. Что такое порядок дифференциального уравнения?
3. Что называют решением дифференциального уравнения?
4. Какое дифференциальное уравнение называют обыкновенным?
5. Какое дифференциальное уравнение называют уравнением в частных производных?
6. Приведите общий вид уравнения первого порядка.
7. Сформулируйте задачу Коши.
8. В чем состоит геометрический смысл задачи Коши?
9. Сформулируйте Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

10. Сформулируйте условие Липшица.
11. Какое решение дифференциального уравнения называется общим?
12. Какое решение дифференциального уравнения называется частным?
13. Проверить, что функция $y = x+C$ есть общее решение дифференциального уравнения y′ = 1 и найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию $y|_{x=0}=0$. Дать геометрическое истолкование результата.
14. Проверить, что функция $y = Ce^x$ есть общее решение дифференциального уравнения y′ - y = 0 и найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию $y|_{x=1}=-1$. Дать геометрическое истолкование результата.
15. Дифференциальное уравнение какого вида называется уравнением с разделяющимися переменными?
16. Запишите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
17. Решить уравнение: $3e^x\cdot \mathrm{tg}(y)\cdot dx + (2-e^x)\cdot \sec(2y)\cdot dy=0$.
18. Найти частное решение уравнения $(1+e^x)\cdot y\cdot y'=e^x$, удовлетворяющее начальному условию $y|_{x=0}=1$.
19. Найти частные решения уравнения $y'\cdot sin(x)=y\cdot lnx$, удовлетворяющие начальным условиям: а) $y|_{x=\pi/2}=e$; б) $y|_{x=\pi/2}=1$.
20. Найти такую кривую, проходящую через точку $(0;-2)$, чтобы тангенс угла наклона касательной в любой ее точке равнялся ординате этой точки, увеличенной на три единицы.
21. Найти кривую, обладающую тем свойством, что длина ее дуги, заключенной между какими-либо двумя точками P и Q, пропорциональна разности расстояний этих точек от неподвижной точки O.
22. Допустим, что при постоянной температуре скорость растворения твердого тела в жидкости пропорциональна количеству этого вещества, еще могущего раствориться в жидкости до насыщения последней (предполагается, что вещества, входящие в раствор, химически не действуют друг на друга, и раствор далек еще от насыщения, так как иначе линейный закон для скорости растворения неприменим). Найти зависимость количества растворившегося вещества от времени.
23. В цилиндрическом сосуде объемом V_0 заключен атмосферный воздух, который адиабатически (без обмена тепла с окружающей средой) сжимается до объема V_1. Вычислить работу сжатия.
24. Найти решение уравнения: $x^3\cdot sin(y)\cdot y'=2$, удовлетворяющее условию: y→π2, x→∞.

5.4. Вопросы к зачету:

1. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Динамические и автономно динамические системы.
3. Задача Коши для нормальной системы.
4. Системы уравнений в симметрической форме.
5. Методы интегрирования систем- метод интегрируемых комбинаций.
6. Метод сведения системы уравнений к одному уравнению более высокого порядка.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений. Общие свойства систем.
8. Построение фундаментальной системы решений и общего решения однородной системы с постоянными коэффициентами.
9. Линейные системы уравнений с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
10. Устойчивость решения дифференциального уравнения

5.5. Вопросы к экзамену:

1. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Виды задания решения.
2. Задача Коши для уравнения первого порядка.

3. Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, приводящиеся к ним
4. Линейные уравнения первого порядка. Алгоритм решения однородного уравнения.
5. Неоднородные линейные уравнения первого порядка. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной).
6. Неоднородные линейные уравнения первого порядка. Метод Бернулли
7. Уравнения первого порядка, приводящиеся к линейным. Уравнения Бернулли.
8. Уравнения в полных дифференциалах. Условия, при которых уравнение первого порядка является уравнением в полных дифференциалах. Вид общего интеграла.
9. Геометрическое истолкование уравнения первого порядка. Графическое решение уравнения - метод изоклин.
10. Формулировка условия Липшица.
11. Уравнения первого порядка, приводящиеся к линейным.
12. Линейные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
13. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия и определения. Постановка задачи Коши.
14. Линейные однородные уравнения n-го порядка. Основные понятия. Свойства решений. Линейно независимые и зависимые решения. Фундаментальная система решений.
15. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Структура фундаментальной системы в зависимости от корней характеристического уравнения.
16. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Правила построения общего решения.
17. Алгоритм нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка методом Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной).
18. Алгоритм нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка методом неопределенных коэффициентов.
19. Линейные однородные уравнения n-го порядка, приводимые к уравнениям с постоянными коэффициентами. Уравнение Эйлера.
20. Линейные однородные уравнения n-го порядка, приводимые к уравнениям с постоянными коэффициентами. Уравнение Чебышева.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) «Программно-аппаратные комплексы»

(код, направление, профиль)

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Шифр дисциплины по РУП	**Б1.О.15**
Дисциплина	**Дифференциальные уравнения**
Курс **2**, семестр **3**	
Кафедра	**Общих дисциплин**
Ф.И.О. преподавателя, звание, должность	**Терещенко Сергей Васильевич, доктор техн. наук, профессор кафедры горного дела, наук о земле и природообустройства**

Общ. трудоемкость$_{час/ЗЕТ}$	**72/2**	Кол-во семестров	**1**	Форма контроля	**Зачет**		
ЛК $_{общ./тек. сем.}$	**32/16**	ПР/СМ$_{общ./тек. сем.}$	**62/32**	ЛБ$_{общ./тек. сем.}$	**-/-**	СРС $_{общ./тек. сем.}$	**50/24**

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

– способность применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем (ОПК-8).

Код формируемой компетенции	Содержание задания	Количество мероприятий	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
Вводный блок				
Не предусмотрен				
Основной блок				
ОПК-8	Устный опрос на понимание терминов	1	5	В течение семестра по расписанию занятий
ОПК-8	Решение задач	3	30	В течение семестра по расписанию занятий
ОПК-8	Групповая дискуссия	5	25	В течение семестра по расписанию занятий
		Всего:	**60**	
ОПК-8	Зачет	Вопрос 1 Вопрос 2	20 20	По расписанию сессии
		Всего:	**40**	
		Итого:	**100**	
	Дополнительный блок			
ОПК-8	Подготовка глоссария		5	по согласованию с преподавателем
ОПК-8	Подготовка опорного конспекта		10	
		Всего:	**15**	

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы МАГУ: «2» - 60 баллов и менее, «3» - 61-80 баллов, «4» - 81-90 баллов, «5» - 91-100 баллов.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

<table>
<tr><td>Шифр дисциплины по РУП</td><td colspan="7">Б1.О.15</td></tr>
<tr><td>Дисциплина</td><td colspan="7">Дифференциальные уравнения</td></tr>
<tr><td>Курс</td><td>2</td><td>семестр</td><td colspan="5">4</td></tr>
<tr><td>Кафедра</td><td colspan="7">Общих дисциплин</td></tr>
<tr><td>Ф.И.О. преподавателя, звание, должность</td><td colspan="7">Терещенко Сергей Васильевич, доктор техн. наук, профессор кафедры горного дела, наук о земле и природообустройства</td></tr>
<tr><td colspan="8"></td></tr>
<tr><td>Общ. трудоемкость_{час/ЗЕТ}</td><td>108/3</td><td colspan="2">Кол-во семестров</td><td>1</td><td colspan="2">Форма контроля</td><td>Экзамен</td></tr>
<tr><td>ЛК общ./тек. сем.</td><td>32/16</td><td>ПР/СМ общ./тек. сем.</td><td>62/30</td><td>ЛБ общ./тек. сем.</td><td>-/-</td><td>СРС общ./тек. сем.</td><td>50/26</td></tr>
</table>

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

– способность применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем (ОПК-8).

<table>
<tr><th>Код формируемой компетенции</th><th>Содержание задания</th><th>Количество мероприятий</th><th>Максимальное количество баллов</th><th>Срок предоставления</th></tr>
<tr><td colspan="5">Вводный блок</td></tr>
<tr><td colspan="5">Не предусмотрен</td></tr>
<tr><td colspan="5">Основной блок</td></tr>
<tr><td>ОПК-8</td><td>Устный опрос на понимание терминов</td><td>2</td><td>10</td><td>В течение семестра по расписанию занятий</td></tr>
<tr><td>ОПК-8</td><td>Решение задач</td><td>3</td><td>30</td><td>В течение семестра по расписанию занятий</td></tr>
<tr><td>ОПК-8</td><td>Групповая дискуссия</td><td>4</td><td>20</td><td>В течение семестра по расписанию занятий</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Всего:</td><td>60</td><td></td></tr>
<tr><td>ОПК-8</td><td>Экзамен</td><td>Вопрос 1
Вопрос 2</td><td>20
20</td><td>По расписанию сессии</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Всего:</td><td>40</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Итого:</td><td>100</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">Дополнительный блок</td></tr>
<tr><td>ОПК-8</td><td colspan="2">Подготовка глоссария</td><td>5</td><td rowspan="3">по согласованию с преподавателем</td></tr>
<tr><td>ОПК-8</td><td colspan="2">Подготовка опорного конспекта</td><td>10</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Всего:</td><td>15</td></tr>
</table>

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы МАГУ: «2» - 60 баллов и менее, «3» - 61-80 баллов, «4» - 81-90 баллов, «5» - 91-100 баллов.