

**Приложение 1 к РПД Математический анализ  
09.03.02 Информационные системы и технологии  
Направленность (профиль) – Программно-аппаратные комплексы  
Форма обучения – очная  
Год набора - 2020**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ  
ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1	Кафедра	Общих дисциплин
2	Направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
3	Направленность (профиль)	Программно-аппаратные комплексы
4	Дисциплина (модуль)	Математический анализ
5	Форма обучения	очная
6	Год набора	2020

**1. Методические рекомендации.**

В процессе изучения дисциплины «Математический анализ» используются следующие методы обучения и формы организации занятий:

- лекции;
- практические занятия, на которых рассматриваются методы решения основных типовых задач, поставленных в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные домашние задания;
- консультации преподавателей;
- выполнение тестовых заданий;
- самостоятельная работа обучающихся, которая включает освоение теоретического материала, подготовку к семинарским занятиям, выполнение письменных работ.

Практика показывает, что в математике самостоятельное освоение совершенно нового материала («с нуля») без помощи опытного преподавателя весьма неэффективно, сопровождается непродуктивной тратой временного ресурса обучающегося и, как следствие, ведет к заниженной самооценке, к утрате интереса к процессу обучения и в конечном итоге к разочарованию в выборе профессии, что недопустимо. Поэтому традиционно в российских вузах новый теоретический материал по математическим дисциплинам на лекциях обучающимся объясняет методом «от простого к сложному» опытный лектор (1-й этап). На практических занятиях (2-й этап) преподаватель проверяет знание теории и обязательно показывает на демонстрационных примерах приемы и способы решения практических задач, потому что эти практические приемы в свое время были открыты выдающимися учеными в результате длительной и упорной исследовательской деятельности, и далеко не всякий обучающийся сможет самостоятельно повторить изобретение этих методов в узких временных рамках учебного процесса. Наконец, на 3-ем этапе обучения обучающийся должен самостоятельно прорешать некоторое количество «учебно-тренировочных» задач по изучаемой теме,

чтобы действительно овладеть изучаемым математическим аппаратом. При этом желательно, чтобы значительную часть этой самостоятельной работы обучающийся проделал вне аудитории, в домашних условиях, что позволяет расширить временные рамки учебного процесса. Таким образом, самостоятельная работа обучающегося на 3-м этапе обязательна и является неотъемлемой частью процесса изучения всех без исключения тем данной математической дисциплины.

### **1.1. Методические рекомендации по организации работы обучающихся во время проведения лекционных занятий.**

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические задачи, дает рекомендации на семинарское занятие и указания на самостоятельную работу.

Знакомство с дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от обучающегося требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. Конспектирование лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность обучающегося. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное и сделано это самим обучающимся. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные преподавателям. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Целесообразно разработать собственную систему сокращений, аббревиатур и символов. Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

### **1.2. Методические рекомендации по подготовке к семинарским (практическим занятиям)**

Подготовку к каждому практическому занятию обучающийся должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы практикума, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал из-за лимита аудиторных часов. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний,

позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Семинарские занятия завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для углубленного изучения материала, а также для контроля преподавателем степени подготовленности обучающихся по изучаемой дисциплине.

Семинар предполагает решение и обсуждение математических задач по пройденным темам. На семинаре рассматриваются различные методы решения задач, ведется обсуждение результатов. В ходе семинарских занятий может осуществляться текущий контроль знаний в виде тестовых заданий.

При подготовке к семинару обучающиеся имеют возможность воспользоваться консультациями преподавателя. Качество учебной работы обучающихся преподаватель оценивает с использованием технологической карты дисциплины, размещенной на сайте филиала МАГУ.

### **1.3. Методические рекомендации по работе с литературой.**

Самостоятельное изучение математического материала по учебнику дело сложное.. К особенностям учебных пособий по математическому анализу можно отнести: своеобразный язык математики, широкое применение символики, преобладание дедуктивного метода изложения информации, тесная связь текста с иллюстрациями и чертежами.

При изучении основной рекомендуемой литературы обучающимся необходимо обратить внимание на базовые математические понятия и определения, основные теоремы, математические основы и узловые положения, представленные в изучаемом тексте. В качестве информационно-справочного материала полезно использовать энциклопедические и научно-технические словари. Следует обратить внимание на схематическое представление излагаемого материала в виде рисунков, схем, графиков и диаграмм. Они способствуют более быстрому восприятию и запоминанию учебного материала. Для контроля усвоения содержания темы рекомендуется ответить на контрольные вопросы, которые обычно даются в конце соответствующих глав и параграфов учебников и учебных пособий. Обязательным элементом самостоятельной работы обучающихся с литературой является ведение необходимых записей: конспекта, выписки, тезисов.

При самостоятельной работе обучающихся с дополнительной литературой необходимо выделить аспект изучаемой темы (что в данном материале относится непосредственно к изучаемой теме и основным вопросам). Дополнительную литературу целесообразно прорабатывать после основной, которая формирует базис для последующего более глубокого изучения темы. Дополнительную литературу следует изучать комплексно, рассматривая разные стороны изучаемого вопроса.

При работе с источниками и литературой важно уметь:

- сопоставлять, сравнивать, классифицировать, группировать, систематизировать информацию в соответствии с определенной учебной задачей;
- обобщать полученную информацию, оценивать прослушанное и прочитанное;
- фиксировать основное содержание сообщений; формулировать, устно и письменно, основную идею сообщения; составлять план, формулировать тезисы;
- работать в разных режимах (индивидуально, в паре, в группе), взаимодействуя друг с другом;
- пользоваться реферативными и справочными материалами;
- обращаться за помощью, дополнительными разъяснениями к преподавателю, другим обучающимся.

#### **1.4. Методические рекомендации по работе с ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСАМИ (для подготовки сообщений, докладов)**

Среди Интернет-ресурсов, наиболее часто используемых обучающимися в самостоятельной работе, следует отметить электронные библиотеки, образовательные порталы, тематические сайты, библиографические базы данных, сайты периодических изданий. Для эффективного поиска в WWW обучающийся должен уметь и знать:

- чётко определять свои информационные потребности, необходимую ретроспективу информации, круг поисковых серверов, более качественно индексирующих нужную информацию, правильно формулировать критерии поиска;
- определять и разделять размещённую в сети Интернет информацию на три основные группы: справочная (электронные библиотеки и энциклопедии), научная (тексты книг, материалы газет и журналов) и учебная (методические разработки, рефераты);
- давать оценку качества представленной информации, отделить действительно важные сведения от информационного шума;
- давать оценки достоверности информации на основе различных признаков, повнешнему виду сайта, характеру подачи информации, её организации;
- обучающимся необходимо уметь её анализировать, определять её внутреннюю непротиворечивость.

Запрещена передача другим пользователям информации, представляющей коммерческую или государственную тайну, распространять информацию, порочащую честь и достоинство граждан. Правовые отношения регулируются Законом «Об информации, информатизации и защите информации», Законом «О государственной тайне», Законом «Об авторском праве и смежных правах», статьями Конституции об охране личной тайны, статьями Гражданского кодекса и статьями Уголовного кодекса о преступлениях в сфере компьютерной информации.

**При работе с Интернет-ресурсами** обращайтесь внимание на источник: оригинальный авторский материал, реферативное сообщение по материалам других публикаций, студенческая учебная работа (реферат, курсовая, дипломная и др.). Оригинальные авторские материалы, как правило, публикуются на специализированных тематических сайтах или в библиотеках, у них указывается автор, его данные. Выполнены такие работы последовательно в научном или научно-популярном стиле. Это могут быть научные статьи, тезисы, учебники, монографии, диссертации, тексты лекций. На основе таких работ на некоторых сайтах размещаются рефераты или обзоры. Обычно они не имеют автора, редко указываются источники реферирования. Сами сайты посвящены разнообразной тематике. К таким работам стоит относиться критически, как и к сайтам, где размещаются учебные студенческие работы. Качество этих работ очень низкое, поэтому сначала подумайте, оцените ресурс, а уже потом им пользуйтесь. В остальном с интернет - источниками можно работать как с обычной печатной литературой. Интернет – это ещё и огромная библиотека, где вы можете найти практически любой художественный текст. В интернете огромное количество словарей и энциклопедий, использование которых приветствуется.

#### **1.5. Методические рекомендации по подготовке к экзамену**

Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, обучающийся ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На зачете обучающийся демонстрирует то, что он приобрел в процессе изучения дисциплины.

В условиях применяемой в МАГУ балльно-рейтинговой системы подготовка к экзамену включает в себя самостоятельную и аудиторную работу обучающегося в течение

всего периода изучения дисциплины и непосредственную подготовку в дни, предшествующие экзамену по разделам и темам дисциплины.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать не только материалы лекций, а и рекомендованные преподавателем основную и дополнительную литературу.

При подготовке целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).

Качество учебной работы обучающихся преподаватель оценивает с использованием технологической карты дисциплины, размещенной на сайте филиала МАГУ.

#### 1.6. Методические рекомендации по составлению глоссария

1. Внимательно прочитайте и ознакомьтесь с текстом. Вы встретите в нем много различных терминов, которые имеются по данной теме.

2. После того, как вы определили основные термины, вы должны составить из них список. Слова в этом списке должны быть расположены в строго алфавитном порядке, так как глоссарий представляет собой не что иное, как словарь специализированных терминов.

3. После этого начинается работа по составлению статей глоссария. Статья глоссария - это определение термина. Она состоит из двух частей: 1. точная формулировка термина в именительном падеже; 2. содержательная часть, объемно раскрывающая смысл данного термина.

При составлении глоссария важно придерживаться следующих правил:

- стремитесь к максимальной точности;
- старайтесь указывать корректные научные термины и избегать всякого рода жаргонизмов. В случае употребления такового, давайте ему краткое и понятное пояснение;
- также не забывайте приводить в пример контекст, в котором может употребляться данный термин;
- при желании в глоссарий можно включить не только отдельные слова и термины, но и целые фразы.

#### 1.7. Методические рекомендации для занятий в интерактивной форме

В учебном процессе, помимо чтения лекций и аудиторных занятий, используются интерактивные формы. В сочетании с внеаудиторной работой это способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся.

Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.

В курсе изучаемой дисциплины «Математический анализ» в интерактивной форме часы используются в виде: интерактивной лекции и групповой дискуссии.

Тематика занятий с использованием интерактивных форм

№ п/п	Тема	Интерактивная форма	Часы, отводимые на интерактивные формы	
			Лекции	Практические занятия
1.	Тема 1. Множества, числовые последовательности	Интерактивная лекция	1	-
2.	Тема 2. Функции, предельные значения функций	Интерактивная лекция	1	-

№ п/п	Тема	Интерактивная форма	Часы, отводимые на интерактивные формы	
			Лекции	Практические занятия
3.	Тема 3. Основы дифференциального исчисления	Интерактивная лекция	1	-
4.	Тема 4. Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях	Интерактивная лекция	1	-
5.	Тема 5. Исследование функции	Интерактивная лекция, групповая дискуссия	1	1
6.	Тема 8. Экстремумы функций многих переменных.	Интерактивная лекция, групповая дискуссия	1	1
7.	Тема 9. Неопределенный интеграл.	Интерактивная лекция, групповая дискуссия	1	1
8.	Тема 10. Определенный интеграл.	Интерактивная лекция, групповая дискуссия	1	1
9.	Тема 11. Несобственные интегралы.	Интерактивная лекция	1	-
10.	Тема 12. Кратные интегралы	Интерактивная лекция, групповая дискуссия	1	-
11.	Тема 15. Теория числовых рядов	Интерактивная лекция	1	-
12.	Тема 16. Функциональные ряды	Интерактивная лекция	1	-
<b>ИТОГО</b>			<b>16 часов</b>	

## 2. Планы практических занятий

*Перечень тем, необходимых к рассмотрению на практических занятиях*

### Тема 1. Множества, числовые последовательности.

*План*

1. Множество вещественных чисел, операции над множествами
2. Множество комплексных чисел
3. Числовые последовательности, сумма числовых последовательностей.
4. Сходящейся числовой последовательности
5. Вычисление пределов последовательностей
6. Частичные пределы последовательностей

*Задания для контроля*

1. Найти модули и аргументы следующих чисел:

а)  $i$ ; б)  $-3$ ; в)  $1 + i^{123}$ ; г)  $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; д)  $\frac{1-i}{1+i}$ ; е)  $(-4 + 3i)^3$ ;

ж)  $\frac{(1+i)^8}{(1-i\sqrt{3})^6}$ .

2. Доказать  $|\bar{z}| = |z|$ ,  $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ ,  $\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$ ,  $\arg \frac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2$ .

3. Представить в тригонометрической форме следующие числа : а)  $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ ; б)  $z_2 = 1 + i$ ; в)  $z_3 = 1 - \sqrt{3}i$ ; г)  $z_4 = i$ ; д)  $z_5 = 5$ .

Вычислить:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{n+1}{n^2+1}}{\sin \frac{2n-1}{n^2+2}}$ ;

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n} \right)$ ;

*Литература:*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.2/ Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

**Тема 2. Функции, предельное значение функции.**

*План*

1. Вычисление пределов функции
2. Раскрытие неопределенностей
3. Замечательные пределы и их следствия
4. Односторонние пределы, точки разрыва функции

*Задания для контроля*

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{1/\sin^3 x}$ .

8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\ln(x+2) + \sin(4-x^2) \cos \frac{x+2}{x-2}}$ .

**Пример 3.** При каких значениях *A* и *B* функция

$$f(x) = \begin{cases} -2\sin x, & x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ A\sin x + B, & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, \\ \cos x, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{непрерывна?}$$

*Литература:*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.2/ Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

**Тема 3. Основы дифференциального исчисления.**

*План*

1. Вычисление производных. Правила дифференцирования.
2. Производная сложной функции
3. Производная неявно заданной функции
4. Логарифмическое дифференцирование
5. Производные высших порядков.
6. Производные от функций, заданных параметрически
7. Дифференциал функции.
8. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

*Задания для контроля*

Найти производные следующих функций

1. а)  $y = 5x^2 - \frac{1}{x} - 3\sqrt{x}$ ; б)  $y = \frac{2\sqrt{x} + \sqrt[5]{x}}{x^2}$ ;

в)  $y = \frac{(\sqrt[5]{x} - \sqrt{x})^3}{x}$ .

10.  $y = (\arcsin x)^2$ .

Найти производные функций, заданных параметрически:

14.  $x = e^t$ ;  $y = \operatorname{tg} t$ ;

15.  $x = \sqrt[5]{1-t^2}$ ,  $y = \cos t$ .

Найти производные функций, заданных неявно:

16.  $x + y - e^{xy} = 0$ .

17.  $\sin(x^2 - y) - y^2 = 0$ .

18. Доказать, что уравнение  $y = x^5 + 3x$  определяет однозначную функцию  $x = x(y)$  и найти ее производную.

Найти дифференциалы функций:

19.  $y = \sqrt[4]{x^3} \cdot \ln(1 - 5x)$ .

20.  $y = \frac{\sin 3x + 1}{\cos 5x - 1}$ .

Найти производные и дифференциалы второго порядка

21.  $y = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$ .

22.  $y = 2^{-\operatorname{ctg} x}$ .

*Литература:*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2 / Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

#### Тема 4. Основные теоремы о непрерывных и дифференцируемых функциях.

*План*

1. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталю.
2. Формулы Тейлора и Маклорена.

*Задания для контроля*

8. Используя правила Лопиталю, найти следующие пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x - 1}{\cos 2x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(\sin x)}{\ln(\sin 2x)}$ ;

**Пример 7.** Разложить следующие функции по формулам Тейлора и Маклорена в окрестности заданных точек:

а)  $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ ;  $x_0 = -1$ ; б)  $y = \operatorname{tg} x$ ;  $x_0 = 0$  (формула 3-го порядка); в)  $y = e^{\sin x}$ ;  $x_0 = 0$  (формула 3-го порядка).

*Литература:*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2 / Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

#### Тема 5. Исследование функции

*План*

1. Отыскание участков монотонности функций.
2. Понятие экстремумов, необходимое и достаточное условия экстремумов.
3. Выпуклость, направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
4. Асимптоты графика функции.
5. Исследование функции, построение графиков.

#### Задания для контроля

12. Найти промежутки монотонности следующих функций:

а)  $y = x + \cos x$ ; б)  $y = x^2 e^x$ ; в)  $y = x - \ln(1 + x)$ .

13. Найти экстремумы функций

а)  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1}$ ; б)  $y = e^x \sin x$ ;

14. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости функций:

а)  $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$ ; б)  $y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ ; в)  $y = e^{2x-x^2}$ .

15. Найти асимптоты графиков функций:

а)  $y = \frac{4x^3 + x - 1}{x^2 - x + 1}$ ; б)  $y = (x + 2)e^{\frac{1}{x}}$ .

16. Найти наибольшие и наименьшие значения функций на промежутках:

а)  $y = \frac{x^2 - x + 1}{-x^2 + x + 1}$ ;  $x \in [0; 1]$ ;

б)  $y = 2 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^2 x$ ;  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

#### Литература:

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2 / Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

#### Тема 6. Функции многих переменных.

##### План

1. Область значения и область определения функции многих переменных.
2. Частные производные функций нескольких переменных. Полный дифференциал.
3. Производная функции многих переменных по направлению. Градиент.
4. Производные сложных функций.

#### Задания для контроля

**Пример 1.** Найти области определения функций и изобразить их графически:

а)  $z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}$ ; б)  $z = \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$ ;

Найти частные производные и частные дифференциалы:

9.  $w = (\sin x)^{y^2}$ .                      10.  $z = \sin \frac{x^2}{y}$ .

Найти производные сложных функций:

14.  $z = f(x + y; xy)$ .

15.  $z = \sin x \cdot \ln y$ ,  $x = t^3$ ;  $y = e^t$ .

Найти производную функции по заданному направлению вектора  $\overrightarrow{AB}$  в заданной точке A:

17.  $w = e^{x+2y+3z}$ ; A (1; 1; 1); B (2; -3; 4).

#### Литература

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.2/ Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## Тема 7. Неявные функции.

### План

1. Понятие неявной функции, определяемой одним уравнением.
2. Производная неявной функции

### Задания для контроля

Найти производную функции, заданной неявно:

23.  $2^{x^2+y} - y = 0$ .

24.  $\sin(x^2 + y^2) - x - y = 0$ .

### Литература:

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.2/ Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## Тема 8. Экстремумы функций многих переменных.

### План

1. Формула Тэйлора для функции многих переменных.
2. Экстремумы функций многих переменных.
3. Необходимые условия экстремума.
4. Достаточные условия экстремума функции многих переменных: частный случай функции двух переменных.
5. Понятие условного экстремума функции многих переменных.
6. Абсолютный экстремум

### Задания для контроля

Найти стационарные точки, точки экстремума и экстремумы функций:

3.  $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$ .

4.  $z = xy \cdot \ln(x^2 + y^2)$ .

5.  $z = e^{2x+3y}(8x^2 - 6xy + 3y^2)$ .

Найти наибольшие и наименьшие значения функций:

6.  $z = e^{-x^2-y^2} (2x^2 + 3y^2)$  в круге  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

7.  $z = x^2 - xy + y^2$ , если  $|x| + |y| \leq 1$ .

Найти точки условного экстремума и значения условных экстремумов функций:

8.  $z = x + y$ , если  $x^2 + y^2 = 1$ .

9.  $z = x^2 + y^2$ , если  $x + y = 1$ .

### Литература

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.2/ Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## 2 семестр

### Тема 9. Неопределенный интеграл.

#### План

1. Непосредственное интегрирование.
2. Вычисление неопределенных интегралов подстановкой и по частям.
3. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших.
4. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{A}{x-a} dx$  и  $\int \frac{A}{(x-a)^r} dx$ .
5. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{Bx+D}{x^2+px+q} dx$ ,  $p^2-4q < 0$ .
6. Интегрирование рациональных дробей вида  $\int \frac{Bx+D}{(x^2+px+q)^k} dx$ ,  $p^2-4q < 0$ .
7. Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Подстановки Эйлера
8. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.

#### Задания для контроля

Взять интегралы

- |  |  |
|--|--|
| 1. $\int \frac{(x-1)^3}{x^4} dx$             | 2. $\int \frac{(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^2}{x} dx$          |
| 3. $\int \frac{9+2x^2}{x^2(9+x^2)} dx$       | 4. $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$                        |
| 5. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ | 6. $\int \frac{dx}{4-5x}$                                  |
| 7. $\int \sqrt[3]{(1+3x)^2} dx$              | 8. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$                         |
| 9. $\int \frac{e^{4x} dx}{\cos^2 x}$         | 10. $\int \frac{dx}{\sqrt{7-3x^2}}$                        |
| 11. $\int \frac{dx}{5+2x^2}$                 | 12. $\int \frac{dx}{3x^2-4}$                               |
| 13. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2+1}}$          | 14. $\int \frac{\cos x \cdot \sin x \cdot dx}{1+\sin^4 x}$ |
| 15. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$             | 16. $\int \frac{2x-3}{x^2+4x+1} dx$                        |
| 17. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-3x-x^2}}$        | 18. $\int \frac{dx}{e^x(1+e^{-x})}$                        |
| 19. $\int e^{2x} \cdot \cos x dx$            | 20. $\int \ln x dx$  |
| 21. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$  | 22. $\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$                              |

#### Литература

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2 / Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

### Тема 10. Определенный интеграл.

#### План

1. Применение формулы Ньютона – Лейбница.

2. Вычисление определенных интегралов методом замены переменной под знаком интеграла, Формула интегрирования по частям.
3. Приложения определенного интеграла.
4. Вычисление площади плоской фигуры.
5. Вычисление объема тел.

*Задания для контроля*

1. Вычислить

---


$$5. \int_0^1 \operatorname{arctg} x \, dx \qquad 6. \int_0^1 e^{2x} \sin 3x \, dx$$

$$7. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \sin x} \qquad 8. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$$

- 2.

Найти площади плоских фигур, ограниченных линиями:

1.  $y = \operatorname{tg} x$ ;  $x = 0$ ;  $x = \frac{\pi}{4}$ ;  $y = 0$ .

2.  $y = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1; \\ (x-2)^2, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases}$  и осью  $Ox$ .

*Литература:*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2 / Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## **Тема 11. Несобственные интегралы.**

*План*

1. Несобственные интегралы 1 рода.
2. Несобственные интегралы 2 рода.

*Задания для контроля*

1. Рассмотреть сходимость интегралов

$$1. \int_0^1 \frac{e^x}{x^2} \, dx. \qquad 2. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + x - 2}.$$

$$3. \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}. \qquad 4. \int_1^{+\infty} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

*Литература:*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2 / Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## Тема 12. Кратные интегралы

### План

1. Кратные интегралы: двойные и тройные интегралы, свойства кратных интегралов.
2. Изменение порядка интегрирования
3. Сведение двойного интеграла к повторному однократному.
4. Замена переменных в кратных интегралах. Якобиан.

### Задания для контроля

Вычислить двойные интегралы по прямоугольной области  $P$ :

$$3. \iint_P \frac{dx dy}{(x+y+1)^2}; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1.$$

$$4. \iint_P x^2 y e^{xy} dx dy; 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2.$$

Изменить порядок интегрирования

$$5. \int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x;y) dy. \quad 6. \int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x;y) dy.$$

Вычислить интегралы

$$8. \iint_P (x+y) dx dy, P - \text{область, ограниченная кривыми} \\ y^2 = 2x; x+y=4; x+y=12.$$

Кратные интегралы: двойные интегралы, тройные интегралы, свойства кратных интегралов.

Сведение двойного интеграла к повторному однократному.

Замена переменных в кратных интегралах: переход от декартовой к произвольной системе координат, якобианы перехода к цилиндрической и к сферической системам координат.

### Литература:

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2/ Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## Тема 13. Криволинейные интегралы

### План

1. Криволинейные интегралы 1-го рода
2. Криволинейные интегралы 2-го рода
3. Формула Грина, вычисление площади плоских фигур с помощью формулы Грина.

### Задания для контроля

Вычислить криволинейные интегралы первого рода:

1.  $\int_{\Gamma} (x+y) ds$ ,  $\Gamma$  - контур треугольника с вершинами  $(0; 0)$ ;  $(1; 0)$  и  $(0; 1)$ ;
2.  $\int_{\Gamma} (x^2 + y^2) ds$ ,  $\Gamma$  - кривая  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,

Вычислить криволинейные интегралы второго рода:

5.  $\int_{\Gamma} (2xy-1) dx + (x^2y + 2)dy$ ,  $\Gamma$  – дуга эллипса

$x = \cos t$ ;  $y = 3 \sin t$ , лежащая в 1-й четверти.

6.  $\int_{\Gamma} (2xy-1) dx + (x^2y + 2)dy$ ,  $\Gamma$  – дуга параболы

*Литература:*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.

- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.

- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.2/ Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## Тема 14. Поверхностные интегралы

*План*

1. Поверхностные интегралы 1-го рода.
2. Поверхностные интегралы 2-го рода

*Задания для контроля*

13. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода

$$\iint_D \frac{dD}{(1+x+y)^2}, \text{ где } D - \text{поверхность тетраэдра } x+y+z \leq 1,$$

$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ .

14. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_D x dy dz + y dz dx + z dx dy, \text{ где } D - \text{внешняя сторона сфе-}$$

ры  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

*Литература*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.

- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.

- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций.Ч.2/ Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## Тема 15. Теория числовых рядов

*План*

1. Признаки сходимости числовых рядов.
2. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды, признак сходимости Лейбница

*Задания для контроля*

Исследовать сходимость рядов, применяя признаки сравнения (или необходимый признак):

8.  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$

9.  $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \dots + \frac{n+1}{2n+1} + \dots$

С помощью признака Даламбера исследовать сходимость рядов:

$$12. \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2\sqrt{2}} + \dots + \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} + \dots$$

$$13. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{2^n}. \quad 14. \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3}{2^n(2n+1)}.$$

С помощью признака Коши исследовать сходимости рядов:

$$17. \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{n+1}{2n-1} \right)^n. \quad 18. \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{n}{3n-1} \right)^{2n-1}.$$

Исследовать сходимость следующих знакопеременных рядов. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$21. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}. \quad 22. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}.$$

*Литература:*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2 / Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.

## Тема 16. Функциональные ряды

*План*

1. Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда.
2. Ряды Фурье

*Задания для контроля*

**Пример 1.** Определить интервал сходимости ряда и исследовать сходимость его на концах интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^{n-1} \cdot n} = 1 + \frac{x}{3 \cdot 2} + \frac{x^2}{3^2 \cdot 3} + \frac{x^3}{3^3 \cdot 4} + \dots$$

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию с периодом  $2\pi$  ( $l = \pi$ ), которая определена следующим образом:

$$\begin{aligned} f(x) &= -x \text{ при } -\pi \leq x < 0, \\ f(x) &= x \text{ при } 0 < x \leq \pi, \text{ т. е. } f(x) = |x|. \end{aligned}$$

*Литература*

- Шипачев В.С. Высшая математика: учебник / В.С. Шипачев. - 8-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2003. - 447 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.1 / Д.Т.Письменный. - 11-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2011. - 288 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: курс лекций. Ч.2 / Д.Т.Письменный. - 8-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2012. - 256с.