

**Приложение 2 к РПД Методы оптимизации
09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) – Программно-аппаратные комплексы
Форма обучения – очная
Год набора - 2020**

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

1. Общие сведения

1 .	Кафедра	Информатики и вычислительной техники
2 .	Направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
3 .	Направленность (профиль)	Программно-аппаратные комплексы
4 .	Дисциплина (модуль)	Методы оптимизации
5 .	Форма обучения	очная
6 .	Год набора	2020

2. Перечень компетенций

– способность применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач, моделировать прикладные (бизнес) процессы и предметную область автоматизации организации (ПК-2).

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
1. Основы теории оптимизации	ПК-2	виды и методы решения задач оптимизации	выполнять обобщенную и формализованную постановку задачи оптимизации	понятийно-категориальным аппаратом	Решение теста
2. Методы одномерной и многомерной оптимизации. Оптимизационные задачи с ограничениями	ПК-2	знать основные классические методы одномерной и многомерной оптимизации; принципы решения задач на условный экстремум;	выполнять решения задачи на поиск экстремального значения функции методами классического анализа выполнять решения задачи на поиск условного экстремума методом множителей Лагранжа; использовать инструментальные средства при решении задач	методами решения задач одномерной и многомерной оптимизации; методом множителей Лагранжа	
3. Численная реализация методов оптимизации функций одной и нескольких переменных.	ПК-2	основные численные методы поиска экстремумов для функции одной и нескольких переменных; градиентные методы безусловной многомерной оптимизации	выполнять решения задачи на поиск экстремального значения функции численными методами; выполнять решения задачи на поиск экстремального значения многомерной функции градиентными методами; использовать инструментальные средства при решении численных задач оптимизации	навыками алгоритмизации численных задач поиска экстремума; навыками алгоритмизации градиентных методов	Лабораторная работа, групповая дискуссия

Этап формирования компетенции (разделы, темы)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
4. Задача линейного программирования (ЛП)	ПК-2	постановку задачи линейного программирования (ЛП); примеры задач ЛП; принципы построения и работы с симплексными таблицами; критерии оптимальности опорного плана; этапы реализации симплекс-метода	выполнять переход к канонической форме задачи ЛП; проводить расчеты по симплекс таблице	методом решения задачи ЛП графическим методом, аналитически и используя инструментальные средства; методом решения задачи ЛП симплекс методом, аналитически и используя инструментальные средства	Лабораторная работа, групповая дискуссия, решение теста
5. Методы нахождения опорного плана в задачах ЛП.	ПК-2	методы поиска начального опорного плана исходной задачи ЛП	выполнять построение опорного плана для задачи ЛП	методом решения задачи ЛП симплекс методом, аналитически и используя инструментальные средства	Лабораторная работа, групповая дискуссия
6. Теория двойственности	ПК-2	знать правила построения двойственной задачи ЛП; теоремы двойственности	формулировать двойственную задачу ЛП из исходной; осуществлять переход от исходной задачи к двойственной; двойственный симплекс-методом	алгоритмом поиска оптимального решения двойственной задачи по оптимальному решению исходной	Решение комплекса задач
7. Транспортная задача	ПК-2	формулировку транспортной задачи ЛП; критерий для поиска оптимального решения транспортной задачи	выполнять обобщенную и формализованную постановку транспортной задачи ЛП; приводить транспортную задачу к закрытому виду	методом решения транспортной задачи ЛП графическим методом, аналитически и используя инструментальные средства	Лабораторная работа, групповая дискуссия
8. Динамическое программирование	ПК-2	постановку задачи динамического программирования	выполнять решение задачи динамического программирования рекурсивным методом.	принципом поэтапного построения оптимального управления	Решение теста

4. Критерии и шкалы оценивания

4.1. Решение теста

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-100
Количество баллов за решенный тест	1	2	3

4.2. Решение комплекса задач

3 балла выставляется, если обучающийся решил все рекомендованные задачи, правильно изложил все варианты их решения, аргументировал их, с обязательной ссылкой на соответствующие нормативы (если по содержанию это необходимо).

2 балла выставляется, если обучающийся решил не менее 85% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты решения, аргументировал их, с обязательной ссылкой на соответствующие нормативы (если по содержанию это необходимо).

1 балл выставляется, если обучающийся решил не менее 65% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты их решения, аргументировал их, с обязательной ссылкой на соответствующие нормативы (если по содержанию это необходимо).

0 баллов - если обучающийся выполнил менее 50% задания, и/или неверно указал варианты решения.

4.3. Выполнение лабораторной работы

10 баллов выставляется, обучающийся выполнил полностью все задания указанные в лабораторной работе и может аргументировано пояснить ход своего решения.

5 баллов выставляется, если обучающийся выполнил не менее 85 % заданий указанных в лабораторной работе, и может аргументировано пояснить ход своего решения и указать.

2 балла выставляется, если обучающийся решил не менее 50% заданий указанных в лабораторной работе, и может аргументировано пояснить ход своего решения.

0 баллов выставляется, если обучающийся не может аргументировано пояснить ход своего решения.

В случае если сроки сдачи работ превышены, количество баллов сокращается на 50%.

4.4. Групповая дискуссия (устные обсуждения проблемы или ситуации)

Критерии оценивания	Баллы
– обучающийся ориентируется в проблеме обсуждения, грамотно высказывает и обосновывает свои суждения, владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания, материал излагает логично, грамотно, без ошибок; – при ответе обучающийся демонстрирует связь теории с практикой.	2
– обучающийся грамотно излагает материал; ориентируется в проблеме обсуждения, владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности; – ответ правильный, полный, с незначительными неточностями или недостаточно полный.	1
– обучающийся излагает материал неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, не может доказательно обосновать свои суждения; – обнаруживается недостаточно глубокое понимание изученного материала.	0

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.1. Типовое тестовое задание

1. Указать, чему равно наибольшее значение функции $y = \frac{1}{x^2}$ на отрезке $[1; 3]$:
- 1
 - 3
 - 4
 - 6
2. Указать, чему равно наибольшее значение функции $y = \sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$:
- 0
 - $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 - 1
 - $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. Матрица Гессе для функции $f(X)$, где $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ составляется из всех частных производных:
- первого порядка
 - третьего порядка
 - от второго до n-го порядка
 - второго порядка
4. По критерию Сильвестра матрица A называется отрицательно определенной если:
- все ее диагональные миноры положительны
 - все ее диагональные миноры не отрицательны
 - все ее диагональные миноры чередуют знак, начиная с «-»
 - все ее диагональные миноры отрицательны
5. Достаточное условие минимума функции $f(X)$, где $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$:
- $\nabla f(X^i) = 0$ и $H(X^*) > 0$
 - $\nabla f(X^i) = 0$ и $H(X^*) < 0$
 - $\nabla f(X^i) < 0$ и $H(X^*) < 0$
 - $\nabla f(X^i) > 0$ и $H(X^*) > 0$
6. Направление наибо́льшего возрастания функции $u = x + y^2 + e^{x-y+z}$ в точке P(1, 2, 1) определяется вектором grad u с координатами...
- (3, 3, 1)
 - (2, 3, 1)
 - (3, 5, 1)
 - (2, 3, 0)

7. Дана задача линейного программирования:

$$f(\bar{x}) = 3x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$4x_1 + 5x_2 \leq 6$$

$$2x_1 - x_2 = -3$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

Как данная задача выглядит каноническом виде?

$$-f(\bar{x}) = x_2 - 3x_1 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + x_3 = 6$$

$$-2x_1 + x_2 = 3$$

1. $x_{1,2,3} \geq 0$

$$-f(\bar{x}) = -3x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$4x_1 + 5x_2 + x_3 = 6$$

$$2x_1 - x_2 = -3$$

2. $x_{1,2,3} \geq 0$

$$-f(\bar{x}) = -3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + x_3 = 6$$

$$2x_1 - x_3 = -3$$

3. $x_{1,2,3} \geq 0$

$$-f(\bar{x}) = -3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + x_3 = 6$$

$$2x_1 - x_2 + x_4 = 3$$

4. $x_{1,2,3,4} \geq 0$

8. Какие из следующих утверждений верны?

1. $\min(-f(\bar{x})) = \max f(\bar{x})$

2. $\max f(\bar{x}) = \min f(-\bar{x})$

3. $\min f(\bar{x}) = -\max f(-\bar{x})$

4. $\max(-f(\bar{x})) = \min f(\bar{x})$

9. Задача:

$$f(\bar{x}) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 8$$

$$2x_1 + x_2 = 7$$

$$x_{1,2,3} \geq 0$$

Записана в ...

1. общем виде

2. основном виде

3. векторно-матричной форме

4. канонической форме

10. Дана симплекс таблица решения задачи линейного программирования на максимум. Выберите истинное утверждение:

i	Базис	C базиса	A ₀	C ₁ = 2	C ₂ = 4	C ₃ = 0	C ₄ = 0
				x ₁	x ₂	x ₃	x ₄
1	x ₁	2	5	1	5	0	-2
2	x ₃	0	3	0	4	1	0
m+1	Δ _j		10	0	6	0	-4

1. необходимо выполнить итерацию Жордана – Гаусса для дальнейшего решения задачи
2. задача не имеет решения
3. оптимальное решение задачи x₁* = 5; x₂* = 0; x₃* = 3; x₄* = 0
4. оптимальное решение задачи x₁* = 0; x₂* = 6; x₃* = 0; x₄* = -4

Ключ: 1-1, 2-3, 3-4, 4-3, 5-1, 6-2, 7-1, 8-1 и 4, 9-4, 10-2

5.2. Пример решения задач

Пример 1. По известному оптимальному решению $X=(2,4; 8,6)$ следующей задачи ЛП.

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 56 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 4 \end{cases} \quad (1)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,2}$$

$$F(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

определить оптимальное решение двойственной задачи.

Построим двойственную задачу:

Так как целевая функция максимизируется, все ограничения-неравенства задачи должны быть типа \leq .

Умножим третье ограничение на (-1) и воспользуемся правилами построения двойственных задач, приведенными в разделе 2.

Каждому ограничению прямой задачи ставим в соответствие переменную двойственной задачи.

Все переменные $y_i \geq 0$, так как ограничения прямой задачи неравенства.

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 10 & \rightarrow y_1 \geq 0 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 56 & \rightarrow y_2 \geq 0 \\ -3x_1 - 5x_2 \leq -4 & \rightarrow y_3 \geq 0 \end{cases}$$

Каждой переменной прямой задачи соответствует ограничение– неравенство типа \leq двойственной задачи

$$\begin{aligned} x_1 &\rightarrow -3y_1 + 9y_2 - 3y_3 \geq 1 \\ x_2 &\rightarrow 2y_1 + 4y_2 - 5y_3 \geq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

$$y_i \geq 0, \quad i = \overline{1,m}$$

$$T(Y) = 10y_1 + 56y_2 - 4y_3 \rightarrow \min$$

Задача (2) является двойственной к задаче (1)

Для нахождения решения задачи (2) используем 2-ю теорему двойственности. Подставим $X=(2,4; 8,6)$ в ограничения исходной задачи:

$$\begin{cases} -3 \cdot 2,4 + 2 \cdot 8,6 = 10 \\ 9 \cdot 2,4 + 4 \cdot 8,6 = 56 \\ -3 \cdot 2,4 - 5 \cdot 8,6 = -50,2 \leq -4 \end{cases} \rightarrow y_3 = 0$$

Видим, что третье ограничение исходной задачи выполняется как строгое неравенство. Тогда согласно условиям (18) второй теоремы двойственности соответствующая этому ограничению переменная y_3 равна нулю.

Так как в оптимальном решении исходной задачи $X=(2,4; 8,6)$ обе компоненты положительны, то в соответствии с условиями (6,15) оба ограничения двойственной задачи оптимальным решением должны обращаться в равенства:

$$\begin{cases} -3 y_1 + 9 y_2 - 3 y_3 = 1 \\ 2 y_1 + 4 y_2 - 5 y_3 = 1 \end{cases}$$

Так как $y_3 = 0$, то для определения оптимального решения двойственной задачи имеем следующую систему уравнений

$$\begin{cases} -3 y_1 + 9 y_2 = 1 \\ 2 y_1 + 4 y_2 = 1 \end{cases}$$

Решением этой системы являются $y_1 = 1/6$; $y_2 = 1/6$. Тогда оптимальным решением

двойственной задачи является вектор $Y = (1/6, 1/6, 0)$; $T(Y) = 11$. Проконтролировать правильность полученного результата можно по 1 теореме двойственности. Для этого нужно убедиться, что решения $X=(2,4; 8,6)$ и $Y=(1/6; 1/6; 0)$ являются допустимыми решениями (планами) своих задач, а значения критериев совпадают: $F(X) = T(Y) = 11$.

5.3. Пример задания на лабораторную работу

1. Задание

Разработать программу, реализующую численные алгоритмы одномерной оптимизации: метод равномерного поиска с возвратом и метод золотого сечения.

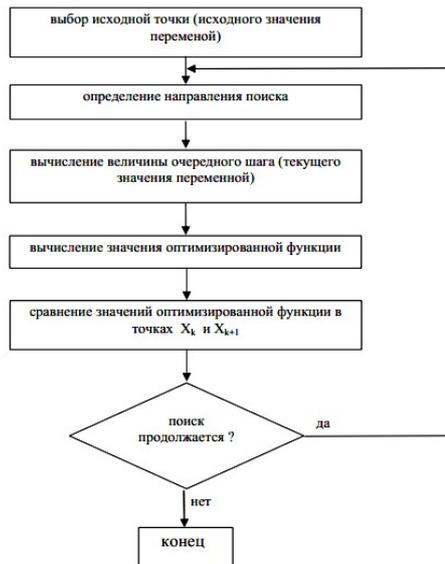
2. Теоретические сведения

Численные методы разделяются на:

- прямые, при реализации которых не требуется использования производных целевой функции.
- методы, использующие производные целевой функции.

Сущность методов состоит в многошаговом поиске значений оптимизируемой функции приближающихся к экстремальному значению.

Общий алгоритм этой поисковой оптимизации может быть представлен в следующем виде:



В процессе оптимизации одной из основных проблем является выбор величины шага. Слишком малая величина шага делает поиск весьма трудоемким, большой шаг существенно сокращает поиск, но может привести к потере точности результата. Окончание поиска связывается с некоторой величиной – погрешностью (точностью) определения экстремума и задаваемой перед началом поиска .

Прямые методы

Прямые методы обладают большим достоинством, состоящим в том, что не требуется дифференцируемости целевой функции и целевая функция может быть задана не только аналитически, но и не аналитически (например, в табличной форме).

Недостатками являются требование унимодальности целевой функции в заданном интервале изменения переменной, большое количество вычислений.

Существует несколько видов прямых методов, наиболее употребительными являются:

- метод равномерного поиска или перебора;
- метод поразрядного поиска;
- метод исключения отрезков;
- а) метод деления отрезка пополам (метод дихотомии);
- б) метод золотого сечения;
- в) метод Фибоначчи.

Метод равномерного поиска с возвратом

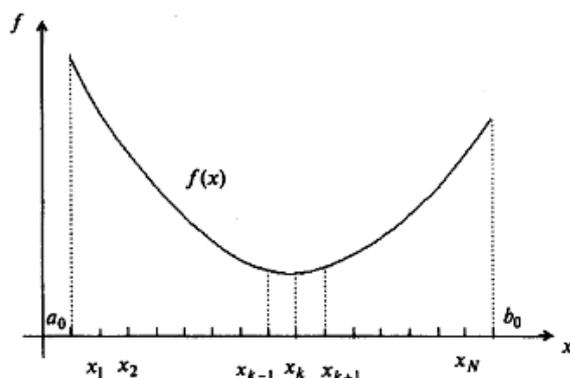
Суть метода состоит в разбиении интервала поиска $[a, b]$ на n равных частей.

В процессе оптимизации рассматривается множество точек, численное значение которых вычисляемых по формуле

$$x_i = a + \frac{i(b-a)}{n}, \text{ где } i = 0, 1 \dots n$$

Вычисляя значение целевой функции $F(x_i)$ и проводя их сравнение находят точку x_k ($a \leq x_k \leq b$), в которой целевая функция имеет экстремальное значение.

Искомая точка считается заключенной в интервале $[x_{k-1}; x_k]$



Далее продолжаем проводить поиск экстремума уже на интервале $[x_{k-1}; x_k]$ и с меньшим шагом, до тех пор, пока не достигнем требуемой точности.

Метод золотого сечения

В основе метода лежит принцип деления в пропорциях золотого сечения.

Золотое сечение – деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.

Отношение большей части к меньшей в этой пропорции выражается квадратичной иррациональностью:

$$\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1.61803$$

и, наоборот, отношение меньшей части к большей:

$$\frac{1}{\phi} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.61803$$

Метод относится к последовательным стратегиям. Задается начальный интервал неопределенности и требуемая точность. Алгоритм уменьшения интервала опирается на анализ значений функции в двух точках. В качестве точек вычисления функции выбираются точки золотого сечения. Тогда с учетом свойств золотого сечения на каждой итерации, кроме первой, требуется только одно новое вычисление функции. Условия окончания процесса поиска – длина текущего интервала неопределенности становится меньше установленной величины.

Алгоритм:

Шаг 1. Задать начальный интервал неопределенности $[a, b]$, точность $\varepsilon > 0$.

Шаг 2. Положить $k = 0$.

Шаг 3. Вычислить:

$$y = b - \frac{\sqrt{5}-1}{2}(b-a); z = a + b - y$$

Шаг 4. Вычислить:

$$f(y); f(z); k = k + 1$$

Шаг 5. Сравнить:

$$f(y) \text{ и } f(z)$$

если $f(y) \leq f(z)$, то положить $b = z$

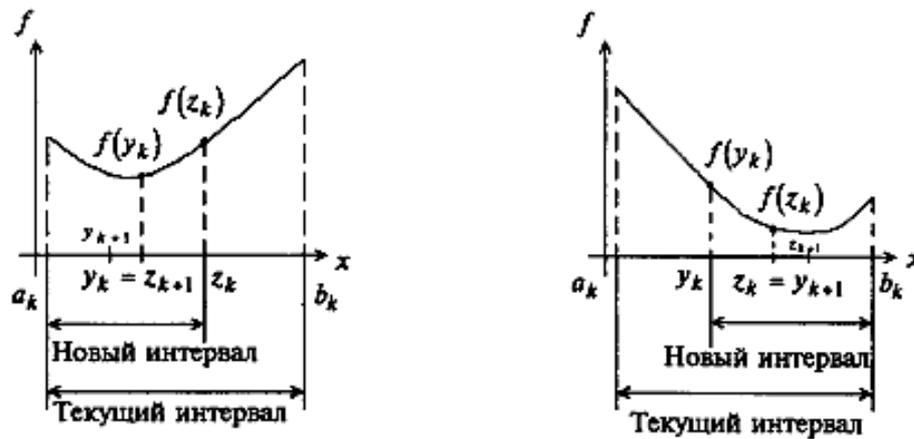
если $f(y) > f(z)$, то положить $a = y$

Шаг 6. Вычислить $\Delta = |a - b|$ и проверить условие окончания:

если $\Delta \geq \varepsilon$, то перейти к шагу 3;

$$x^* = \frac{a+b}{2};$$

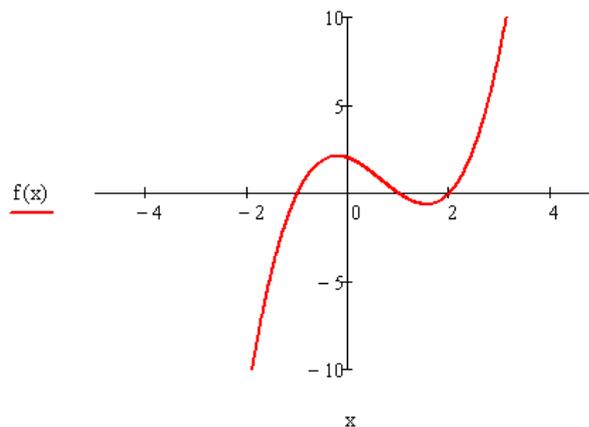
иначе процесс поиска завершается и



3. Пример

Найти методом равномерного поиска с возвратом и методом золотого сечения экстремум (экстремумы) функции $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$
 Для локализации областей экстремума построим график функции.

$$f(x) := (x)^3 - 2x^2 - x + 2$$



Далее составляем программу на языке, C++ или C#.

5.4. Вопросы к зачету с оценкой

1. Общая характеристика задач оптимизации. Примеры оптимизационных задач. Постановка задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации.
2. Постановка различных задач оптимизации. Методы отыскания оптимальных решений.
3. Методы решения задач на экстремум классического анализа для функции одной переменной. Необходимые и достаточные условия экстремума функции одной переменной.
4. Методы решения задач на экстремум классического анализа для функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
5. Условные экстремумы функции нескольких неизвестных. Метод множителей Лагранжа.
6. Численные методы решения задач одномерной оптимизации. Метод равномерного поиска с возвратом.
7. Численные методы решения задач одномерной оптимизации. Метод золотого сечения.
8. Описание экономико-математической модели задачи линейного программирования (ЛП). Формы задачи ЛП. Приведение задачи ЛП в каноническую форму.

9. Формы задачи ЛП. Преобразование канонической формы в симметричную.
10. Примеры задач ЛП. Задача планирования производства.
11. Примеры задач ЛП. Задача диеты.
12. Преобразования однократного замещения.
13. Симплексные преобразования.
14. Графическое решение задачи линейного программирования.
15. Алгоритм симплекс-метода. Симплексные таблицы.
16. Первоначальный опорный план. Метод вспомогательной задачи.
17. Первоначальный опорный план. Метод искусственного базиса.
18. Двойственные задачи. Принцип двойственности.
19. Двойственный симплекс метод.
20. Транспортная задача. Методы поиска опорного плана. Метод потенциалов.
21. Численные методы решения задач многомерной оптимизации. Метод градиентного спуска.
22. Метод градиентного наискорейшего спуска.
23. Метод покоординатного спуска.
24. Метод наискорейшего покоординатного спуска.
25. Метод сопряженных градиентов.
26. Постановка задачи динамического программирования.
27. Геометрическая интерпретация задачи динамического программирования.
28. Принцип поэтапного построения оптимального управления.
29. Уравнение Беллмана.
30. Алгоритм решения задачи о минимизации расхода горючего самолетом при наборе высоты и скорости.
31. Алгоритм решения задачи определения кратчайшего расстояния по заданной сети.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА

09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) «Программно-аппаратные комплексы»

(код, направление, профиль)

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Шифр дисциплины по РУП		Б1.В.11	
Дисциплина		Методы оптимизации	
Курс	2	семестр	4
Кафедра		Информатики и вычислительной техники	
Ф.И.О. преподавателя, звание, должность		Тоичкин Николай Александрович, канд. техн. наук, доцент кафедры информатики и вычислительной техники	
Общ. трудоемкость _{час/ЗЕТ}		72/2	Кол-во семестров
			1
		Форма контроля	Зачет с оценкой
ЛК общ./тек. сем.	30/30	ПР/СМ _{общ./тек. сем.}	-/-
		ЛБ _{общ./тек. сем.}	16/16
		СРС общ./тек. сем.	26/26

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

– способность применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач, моделировать прикладные (бизнес) процессы и предметную область автоматизации организации (ПК-2).

Код формируемой компетенции	Содержание задания	Количество мероприятий	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
Вводный блок				
Не предусмотрен				
Основной блок				
ПК-2	Решение тестов	3	9	В течение семестра
ПК-2	Лабораторные работы	4	40	В течение семестра по расписанию занятий
ПК-2	Решение комплекса задач	1	3	В течение семестра по расписанию занятий
ПК-2	Групповые дискуссии	4	8	В течение семестра по расписанию занятий
Всего:			60	
ПК-2	Зачет с оценкой	Вопрос 1 Вопрос 2	20 20	В сроки сессии
Всего:			40	
Итого:			100	
Дополнительный блок				
ПК-2	Выполнение дополнительной лабораторной работы		10	по согласованию с преподавателем
ПК-2	Решение дополнительного теста		3	
Всего:			13	

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы МАГУ: «2» - 60 баллов и менее, «3» - 61-80 баллов, «4» - 81-90 баллов, «5» - 91-100 баллов.