

**Приложение 2 к РПД Аналитическая геометрия
09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) – Программно-аппаратные комплексы
Форма обучения – очная
Год набора - 2019**

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Общих дисциплин
2.	Направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
3.	Направленность (профиль)	Программно-аппаратные комплексы
4.	Дисциплина (модуль)	Аналитическая геометрия
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2019

2. Перечень компетенций

— способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1).

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
1. Элементы общей алгебры Алгебра матриц	ОПК-1	основы алгебры матриц; основные понятия теории множеств и общей алгебры; основы алгебры векторов; применение метода координат в описании геометрических объектов; классификацию алгебраических линий и поверхностей.	исследовать и решать системы линейных уравнений; использовать метод координат в пространствах малой размерности; применять матричные методы в решении алгебраических задач	навыками решения геометрических задач алгебраическими методами; навыками анализа и решения систем линейных уравнений	Тест решение задач, групповая дискуссия
2. Теория определителей					Тест решение задач(2) групповая дискуссия презентация доклад
3. Системы линейных уравнений					Тест решение задач(2) групповая дискуссия
4. Алгебра векторов					Тест(2) решение задач(2) групповая дискуссия
5. Линейные образы					Тест(2) решение задач групповая дискуссия
6. Кривые и поверхности второго порядка					Тест (2) решение задач(2) групповая дискуссия

4. Критерии и шкалы оценивания

4.1. Тест

Процент правильных ответов	до 60	61-80	81-100
Количество баллов за ответы	0	1	2

4.2. Решение задач

2 балла – обучающийся решил все рекомендованные задачи, правильно изложил все варианты их решения, аргументировав их, с обязательной ссылкой на соответствующие нормативы (если по содержанию это необходимо);

1 балл – обучающийся решил не менее 85% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты решения, аргументировав их, с обязательной ссылкой на соответствующие нормативы (если по содержанию это необходимо);

4.3. Выступление с докладом

Баллы	Характеристики выступления обучающегося
5	<ul style="list-style-type: none">— обучающийся глубоко и всесторонне усвоил проблему;— уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;— опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью;— умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;— делает выводы и обобщения;— свободно владеет понятиями
3	<ul style="list-style-type: none">— обучающийся твердо усвоил тему, грамотно и по существу излагает ее, опираясь на знания основной литературы;— не допускает существенных неточностей;— увязывает усвоенные знания с практической деятельностью;— аргументирует научные положения;— делает выводы и обобщения;— владеет системой основных понятий
1	<ul style="list-style-type: none">— тема раскрыта недостаточно четко и полно, то есть обучающийся освоил проблему, по существу излагает ее, опираясь на знания только основной литературы;— допускает несущественные ошибки и неточности;— испытывает затруднения в практическом применении знаний;— слабо аргументирует научные положения;— затрудняется в формулировании выводов и обобщений;— частично владеет системой понятий
0	<ul style="list-style-type: none">— обучающийся не усвоил значительной части проблемы;— допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении ее;— испытывает трудности в практическом применении знаний;— не может аргументировать научные положения;— не формулирует выводов и обобщений;— не владеет понятийным аппаратом

4.4. Групповая дискуссия (устные обсуждения проблемы или ситуации)

Критерии оценивания	Баллы
– обучающийся ориентируется в проблеме обсуждения, грамотно высказывает и обосновывает свои суждения, владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания, материал излагает логично, грамотно, без ошибок;	2

Критерии оценивания	Баллы
– при ответе обучающийся демонстрирует связь теории с практикой.	
– обучающийся грамотно излагает материал; ориентируется в проблеме обсуждения, владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности; – ответ правильный, полный, с незначительными неточностями или недостаточно полный.	1
– обучающийся излагает материал неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, не может доказательно обосновать свои суждения; – обнаруживается недостаточно глубокое понимание изученного материала.	0

4.5. Презентация

Критерии оценки презентации	Максимальное количество баллов
Содержание (конкретно сформулирована цель работы, понятны задачи и ход работы, информация изложена полно и четко, сделаны аргументированные выводы)	2
Оформление презентации (единый стиль оформления; текст легко читается; фон сочетается с текстом и графикой; все параметры шрифта хорошо подобраны; размер шрифта оптимальный и одинаковый на всех слайдах; ключевые слова в тексте выделены; иллюстрации усиливают эффект восприятия текстовой части информации)	2
Эффект презентации (общее впечатление от просмотра презентации)	1
Максимальное количество баллов	5

4.6. Выполнение задания на составление глоссария

	Критерии оценки	Количество баллов
1.	аккуратность и грамотность изложения, работа соответствует по оформлению всем требованиям	2
2.	полнота исследования темы, содержание глоссария соответствует заданной теме	3
	ИТОГО:	5 баллов

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

5.1. Типовое тестовое задание

Примеры тестовых заданий

ЗАДАНИЕ (- выберите один вариант ответа)

Аргумент комплексного числа $2 + 2i$ равен...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- | | |
|---------------------|--------------------|
| 1) $\frac{\pi}{4}$ | 2) $\frac{\pi}{6}$ |
| 3) $\frac{3\pi}{4}$ | 4) $\frac{\pi}{3}$ |

Ключ: 2)

ЗАДАНИЕ \odot - выберите один вариант ответа)

Точкой пересечения плоскости $3x - 2y + z - 6 = 0$ с осью Ox является ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- | | |
|----------------|---------------|
| 1) $D(1;0;3)$ | 2) $A(2;0;0)$ |
| 3) $B(-2;0;0)$ | 4) $C(3;0;0)$ |

Ключ: 2)

ЗАДАНИЕ выберите несколько вариантов ответа)

Точка $C(-5; -2)$ - середина отрезка АВ. Тогда координаты точек А и В могут быть равны ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $A(-8; -2), B(-2; -2)$ | 2) $A(-8; -3), B(-2; -1)$ |
| 3) $A(-8; 2), B(-2; 2)$ | 4) $A(10; -5), B(-20; 1)$ |

Ключ: 1); 4)

ЗАДАНИЕ выберите один вариант ответа

Матрица $A = \begin{pmatrix} 3 - \lambda & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ вырождена при λ , равном... **ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:**

- | | |
|-------------------|------|
| 1) $-\frac{8}{3}$ | 2) 3 |
| 3) $\frac{8}{3}$ | 4) 2 |

Ключ: 3)

5.2. Типовые задачи с решением

. Вычислить определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 4-5 \\ 8 & 7-2 \\ 2-1 & 8 \end{pmatrix} = \mathbf{A}$$

Раскладываем определитель по первому столбцу:

$$\begin{aligned} \text{DetA} &= 3 \times \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ -1 & 8 \end{vmatrix} - 8 \times \begin{vmatrix} 4-5 \\ -1 & 8 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} 4-5 \\ 7-2 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \times [7 \times 8 - (-1) \times (-2)] - 8 \times [4 \times 8 - (-1) \times (-5)] + 2 \times [4 \times (-2) - 7 \times (-5)] = \\ &= 3 \times (56 - 2) - 8 \times (32 - 5) + 2 \times (-8 + 35) = \\ &= 3 \times 54 - 8 \times 27 + 2 \times 27 = 162 - 216 + 54 = 216 - 216 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{DetA} = 0$$

2. Решить систему уравнений:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= -5 \end{aligned}$$

Находим определитель матрицы данной системы уравнений.

Выполняя элементарные операции со столбцами определителя, произведем очевидные упрощения:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= 10 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 10 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 10 \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 10 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= 20 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -20 \end{aligned}$$

Т.к. определитель отличен от 0, можно воспользоваться методом Крамера.

$$x_i = \Delta_{xi} / \Delta ; i = 1, 2, 3, 4$$

Вычисляем определители Δ_{xi} для неизвестных, получающиеся заменой соответствующих столбцов на столбец правой части:

$$\Delta_{x1} = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ -5 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 40,$$

$$\Delta_{x2} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & -5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -40$$

$$\Delta_{x3} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -5 & 1 \end{vmatrix} = 60$$

$$\Delta_{x4} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & -5 \end{vmatrix} = -60$$

используя эти определители, находим: $x_1 = \Delta_{x1}/\Delta = -2$, $x_2 = \Delta_{x2}/\Delta = 2$, $x_3 = -3$, $x_4 = 3$.

Решение системы уравнений можно записать в виде $(-2, 2, -3, 3)^t$

3. Найти обратную матрицу методом элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} = \mathbf{A}$$

К элементарным преобразованиям строк матрицы относятся

- перестановка строк матрицы;
- умножение строки на число, отличное от нуля;
- прибавление к строке элементов другой строки, умноженной на некоторое число.

Образуем прямоугольную матрицу вида $(\mathbf{A} | \mathbf{E})$ размером $n \times 2n$, приписав справа к исходной матрице единичную матрицу. Используя элементарные преобразования строк, приведем полученную матрицу к виду $(\mathbf{E} | \mathbf{B})$, что всегда возможно для невырожденной матрицы \mathbf{A} . Поскольку каждое из этих преобразований сводится к умножению матрицы слева на некоторую невырожденную матрицу и умножение матриц ассоциативно, то справа мы получим матрицу, обратную исходной $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$.

Записываем матрицу $(\mathbf{A} | \mathbf{E})$ и выполняем элементарные преобразования строк. Будем обозначать, например, соотношением

$$(2) = (2) - 3(1)$$

преобразование, при котором на место второй строки ставится ее прежнее значение, сложенное с первой строкой, умноженной на -3

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} &\rightarrow \left\langle \begin{array}{c|cc} 273 & 100 \\ 394 & 010 \\ 153 & 001 \end{array} \right\rangle \rightarrow \begin{bmatrix} (1) = (3) \\ (2) = (1) \\ (3) = (2) \end{bmatrix} \rightarrow \left\langle \begin{array}{c|cc} 153 & 001 \\ 273 & 100 \\ 394 & 010 \end{array} \right\rangle \rightarrow \begin{bmatrix} (1) = (1) \\ (2) = (2) - 2(1) \\ (3) = (3) - 3(1) \end{bmatrix} \rightarrow \left\langle \begin{array}{c|cc} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & -6 & -5 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 00 \\ 10 \\ 01 \end{array} \right\rangle \rightarrow \\
 \rightarrow \begin{bmatrix} (1) = (1) \\ (2) = -\frac{1}{3}(2) \\ (3) = (3) - 2(2) \end{bmatrix} \rightarrow \left\langle \begin{array}{c|ccc} 153 & +0 & 0 & 1 \\ 011 & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 001 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right\rangle \rightarrow \begin{bmatrix} (1) = (1) - 3(2) \\ (2) = (2) - 1(3) \\ (3) = (3) \end{bmatrix} \rightarrow \left\langle \begin{array}{c|ccc} 120 & 1 & 0 & -1 \\ 010 & \frac{5}{3} & -1 & -\frac{1}{3} \\ 001 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right\rangle \rightarrow \\
 \rightarrow \begin{bmatrix} (1) = (1) - 2(2) \\ (2) = (2) \\ (3) = (3) \end{bmatrix} \rightarrow \left\langle \begin{array}{c|ccc} 100 & -\frac{7}{3} & 2 & -\frac{1}{3} \\ 010 & \frac{5}{3} & -1 & -\frac{1}{3} \\ 001 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right\rangle
 \end{aligned}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{3} & 2 & -\frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} & -1 & -\frac{1}{3} \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Даны три вектора: $\mathbf{p} = \{3; -2; 1\}$, $\mathbf{q} = \{-1; 1; -2\}$, $\mathbf{r} = \{2, 1, -3\}$.
Найти разложение вектора $\mathbf{c} = \{11; -6; 5\}$ по базису $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r}$

Разложение имеет вид: $\mathbf{c} = \alpha\mathbf{p} + \beta\mathbf{q} + \gamma\mathbf{r}$.
Подставив координаты заданных векторов, получаем:

$$\begin{pmatrix} 11 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} = \alpha \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Решаем эту систему относительно неизвестных α, β, γ :

$$\begin{pmatrix} +3 & -1 & +2 \\ -2 & +1 & +1 \\ +1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Решение системы: $\alpha=2, \beta=-3, \gamma=1$.

Ответ: $\mathbf{c} = 2\mathbf{p} - 3\mathbf{q} + \mathbf{r}$.

5. Даны три некопланарных вектора $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$
Вычислить, при каких значениях λ и μ векторы $\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{a} + \lambda\mathbf{b} + \mu\mathbf{c}$ коллинеарны.

Для решения задачи существенны свойства векторов в пространстве, а именно:

- три произвольных некопланарных вектора в трехмерном пространстве образуют базис;
- коэффициенты в разложении вектора по базису суть координаты вектора в данном базисе;
- координаты коллинеарных векторов пропорциональны.

Отсюда $\frac{\lambda}{1} = \frac{\mu}{\lambda} = \frac{1}{\mu}$, что дает $\lambda = \mu = 1$

6. Составить каноническое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$$

Исходная прямая задана пересечением двух плоскостей.

Каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(a, b, c)$ в направлении (l, m, n) , имеет вид

$$\frac{x-a}{l} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$$

Для решения задачи следует определить координаты точки, лежащей на прямой, а также координаты направляющего вектора.

Произвольно зафиксируем одну из координат искомой точки на прямой, например, $z=0$. Подставим это значение в исходную систему, определяющую нашу прямую, и решим ее относительно x и y .

Направляющий вектор прямой может быть задан векторным произведением двух нормалей к заданным плоскостям.

При $z=0$ получаем пару уравнений:

$$x - 2y = 4$$

$$3x + 2y = 4,$$

из которых найдем, что точка с координатами $x_0=2, y_0=-1, z_0=0$ лежит на искомой прямой.

Векторное произведение двух нормалей $n_1(1, -2, 3)$ $n_2(3, 2, -5)$ дает вектор

$$I_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \end{vmatrix} = 4i + 14j - 4k$$

Для упрощения в качестве направляющего возьмем вектор, коллинеарный полученному $I_2 = \{2; 7; -2\}$.

Ответ: каноническое уравнение прямой:

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{-2}$$

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$$2x - y + 3z - 5 = 0$$

$$x + 3y - 2z + 5 = 0 \text{ параллельно вектору } L = \{2; -1; -2\}.$$

Для решения задачи выпишем уравнение пучка плоскостей:

$$\alpha(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + \beta(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0 \text{ либо}$$

$$(A_1x + B_1y + C_1z + D_1) + \lambda(A_2x + B_2y + C_2z + D_2) = 0$$

Из множества плоскостей, принадлежащих пучку, используя дополнительное условие, определяем уравнение искомой плоскости.

В нашем случае искомая плоскость принадлежит пучку плоскостей

$$2x - y + 3z - 5 + \lambda(x + 3y - 2z + 5) = 0$$

и вектор нормали этой плоскости ортогонален вектору $L = \{2; -1; -2\}$.

Преобразуя уравнение пучка, выделим вектор нормали:

$$(2+\lambda)x - (1-3\lambda)y + (3-2\lambda)z - (5-5\lambda) = 0$$

$$\mathbf{n} = \{(2+\lambda); (1-3\lambda); (3-2\lambda)\}$$

и запишем условие ортогональности нормали заданному вектору (\mathbf{nL}) = 0:

$$2(2+\lambda)+(1-3\lambda)-2(3-2\lambda)=0$$

$$4+2\lambda+1-3\lambda-6+4\lambda=0$$

$$3\lambda=1$$

$$\lambda=1/3.$$

Подставляя найденное значение параметра λ находим уравнение плоскости:

$$7x/3+7z/3-10/3=0 \text{ или}$$

$$7x+7z-10=0.$$

8. Даны координаты вершин тетраэдра A(4, 2, 5); B(0, 7, 2); C(0, 2, 7); D(1, 5, 0)

Найти

- а. $\cos \varphi$, где φ - угол между гранями AB и AD;
- б. Уравнение прямой AD;
- в. Площадь грани ABC;
- г. Объем тетраэдра.

Тетраэдр вполне определен тремя векторами, имеющими начало в точке A и оканчивающимися в вершинах B, C, D. Найдем координаты этих векторов:

$$\mathbf{AB} = \begin{pmatrix} Bx - Ax \\ By - Ay \\ Bz - Az \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}; \mathbf{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; \mathbf{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

- а. Косинус угла определим из скалярного произведения векторов AB и AD.

$$\cos \varphi = \frac{\mathbf{AB} \cdot \mathbf{AD}}{|\mathbf{AB}| \cdot |\mathbf{AD}|} = \frac{12+15+15}{\sqrt{16+25+9} \cdot \sqrt{9+9+25}} = \frac{42}{5\sqrt{86}}$$

- б. Каноническое уравнение прямой, проходящей через вершины A и D, выписываем без труда (см. задачу 6):

$$\frac{x-4}{-3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-5}{-5}; \text{ отсюда можно получить параметрические уравнения этой прямой: } x = -3t + 4; y = 3t + 2; z = -5t + 5$$

- в. Площадь грани ABC найдем через векторное произведение векторов, образующих соответствующие ребра:

$$S = \left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} i & j & k \\ -4 & 5 & -3 \\ -3 & 3 & -5 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} 10|i + 2j + 2k| = 5\sqrt{9} = 15$$

d. Объем тетраэдра можно определить через смешанное произведение этих векторов. Величина смешанного произведения равна ориентированному объему параллелепипеда, построенного на трех векторах. Поэтому объем тетраэдра равен

$$V_T = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -4 & 5 & -3 \\ -4 & 0 & 2 \\ -3 & 3 & -5 \end{vmatrix} = \frac{35}{3}$$

9. При каких значениях m и n уравнение $x^2 + 6xy + my^2 + 3x + ny - 4 = 0$ определяет:

1. Центральную линию;
2. Линию без центра;
3. Линию, имеющую бесконечно много центров.

Для классификации линии второго порядка, заданной общим уравнением, по типу симметрии рассмотрим инварианты уравнения линии:

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$$

$$I_1 = a_{11} + a_{22}; I_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}; I_3 =$$

Выделяют три группы линий, а именно I

I группа, линии имеют единственный центр симметрии, инвариант $I_2 \neq 0$

II группа, нет центра симметрии, инварианты $I_2 = 0; I_3 \neq 0$

III группа, центры симметрии образуют прямую линию, инварианты $I_2 = 0; I_3 = 0$

В данной задаче второй инвариант

$$I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & m \end{vmatrix} = m - 9$$

Линия относится к первой группе, (центральная линия) при $m \neq 9$ и любом n .

Линия не будет иметь центра при $m = 9$ и $I_3 \neq 0$.

$$I_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3/2 \\ 3 & m & n/2 \\ 3/2 & n/2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3/2 \\ 3 & 9 & n/2 \\ 3/2 & n/2 & 4 \end{vmatrix} = \frac{n-9}{4}$$

Т.е. линия относится ко второй группе при $m = 9$ и $n \neq 9$.

Линия будет относиться к третьей группе ($I_2 = 0; I_3 = 0$) при $m = 9$ и $n = 9$.

Такой же результат можно получить, рассматривая существование решений системы уравнений, определяющей координаты центра линии второго порядка:

$$a_{11}x_0 + a_{12}y_0 + a_{13} = 0$$

$$a_{21}x_0 + a_{22}y_0 + a_{23} = 0.$$

В нашем случае имеем

$$\begin{aligned}x + 3y + 3/2 &= 0 \\ 3x + my + n/2 &= 0\end{aligned}$$

или эквивалентную ей систему

$$\begin{aligned}2x + 6y + 3 &= 0 \\ 6x + 2my + n &= 0.\end{aligned}$$

Решение системы единственно, или линия имеет единственный центр при

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 2m \end{vmatrix} = 4m - 36 \neq 0 \quad m \neq 9$$

При $m \neq 9$ и любом n уравнение определяет центральную линию.

При $m=9$ и $n=9$ расширенная матрица системы имеет вид:

5.3. Темы докладов

1. Применение методов векторной алгебры в решении прикладных задач.
2. Метод координат в современной астрономии.
3. Поверхности 2го порядка в технологиях и архитектуре.

5.4. Перечень вопросов к экзамену

1. Декартова система координат. Преобразование координат точки при замене системы координат. Поворот системы координат на плоскости.
2. Нахождение координат вектора, длины отрезка, деление отрезка в заданном отношении.
3. Уравнение множества, геометрический образ уравнения. Многочлен многих переменных, алгебраическая поверхность, алгебраическая кривая, их порядок. Способы задания кривой в пространстве.
4. Полярная, цилиндрическая, сферическая системы координат.
5. Прямая на плоскости и алгебраическая линия первого порядка. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно вектору. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Параметрическое, векторное, каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой.
6. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.
7. Плоскость в пространстве и алгебраическая поверхность первого порядка. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, перпендикулярно вектору. Векторное, параметрическое уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости.
8. Общее уравнение прямой в пространстве. Векторное, параметрическое, каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
9. Угол между плоскостями, между прямыми в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве (канонические и общие уравнения). Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
10. Расстояние от точки до плоскости, от точки до прямой, между прямыми, между прямой и плоскостью.
11. Классификация уравнений второго порядка от двух переменных. Инварианты уравнений.

12. Канонические уравнения линий второго порядка. Конические сечения. Эллипс. Гипербола. Парабола.
13. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
14. Поверхность вращения, преобразование сжатия.
15. Эллипсоид.
16. Двуполостный и однополостный гиперboloиды.
17. Метод сечений. Эллиптический и гиперболический параболоиды.
18. Конус.
19. Цилиндрические поверхности.
20. Ортогональная система векторов, ее линейная независимость. Ортонормированный базис.
21. Геометрический вектор, модуль вектора, коллинеарные и компланарные вектора. Свободные, скользящие и связанные вектора. Сумма, разность векторов, произведение вектора на число. Свойства этих операций.
22. Ортогональная проекция точки, вектора на прямую и ось. Угол между векторами. Вычисление ортогональной проекции. Ортогональная проекция суммы векторов и произведения вектора на число.
23. Линейная комбинация векторов, линейно независимые вектора. Условия линейной зависимости векторов. Базис, разложение вектора по базису, координаты вектора. Изменение координат при сложении векторов и умножении вектора на число, координаты коллинеарных векторов. Ортогональный и ортонормированный базис, направляющие косинусы.
24. Скалярное (внутреннее) произведение векторов, ортогональные вектора, скалярный квадрат. Свойства скалярного произведения, вычисление скалярного произведения через координаты вектора.
25. Векторное (внешнее) произведение векторов, правая тройка векторов. Свойства векторного произведения. Вычисление векторного произведения в координатах.
26. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл смешанного произведения. Свойства смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения в координатах.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ
ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) «Программно-аппаратные комплексы»

(код, направление, профиль)

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Шифр дисциплины по РУП		Б1.О.15			
Дисциплина		Аналитическая геометрия			
Курс	1	семестр	1		
Кафедра		Общих дисциплин			
Ф.И.О. преподавателя, звание, должность		Сахаров Ярослав Алексеевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры общих дисциплин			
Общ. трудоемкость ^{час/ЗЕТ}		180/5	Кол-во семестров	1	Форма контроля
ЛК _{общ./тек. сем.}		18/18	ПР/СМ _{общ./тек. сем.}	36/36	ЛБ _{общ./тек. сем.}
				-/-	СРС _{общ./тек. сем.}
					90/90

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

— способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1).

Код формируемой компетенции	Содержание задания	Количество мероприятий	Максимальное количество баллов	Срок предоставления
<i>Вводный блок</i>				
Не предусмотрен				
<i>Основной блок</i>				
ОПК-1	Тест	9	18	В течение семестра по расписанию занятий
ОПК-1	Решение задач	10	20	В течение семестра по расписанию занятий
ОПК-1	Доклад	1	5	В течение семестра по расписанию занятий
ОПК-1	Презентация	1	5	В течение семестра по расписанию занятий
ОПК-1	Групповые дискуссии	6	12	В течение семестра по расписанию занятий
Всего:			60	
ОПК-1	Экзамен	Вопрос 1	20	По расписанию сессии
		Вопрос 2	20	
Всего:			40	
Итого:			100	
<i>Дополнительный блок</i>				
ОПК-1	Подготовка глоссария		5	по согласованию с преподавателем
Всего:			5	

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы МАГУ: «2» - 60 баллов и менее, «3» - 61-80 баллов, «4» - 81-90 баллов, «5» - 91-100 баллов.