

**Приложение 1 к РПД Линейная алгебра
09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) – Программно-аппаратные комплексы
Форма обучения – заочная
Год набора - 2019**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ
ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1.	Кафедра	Информатики и вычислительной техники
2.	Направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
3.	Направленность (профиль)	Программно-аппаратные комплексы
4.	Дисциплина (модуль)	Линейная алгебра
5.	Форма обучения	заочная
6.	Год набора	2019

1. Методические рекомендации

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо внимательно ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий. Самостоятельная работа обучающегося предполагает работу с научной и учебной литературой, умение создавать тексты. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий.

При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания:

- изучают рекомендованную научно-практическую и учебную литературу;
- выполняют задания, предусмотренные для практической работы.

Основными видами аудиторной работы обучающихся являются лекции и практические занятия.

1.1. Методические рекомендации по организации работы обучающихся во время проведения лекционных занятий

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации на семинарское занятие и указания на самостоятельную работу.

Знакомство с дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от обучающегося требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. При работе с конспектом лекций необходимо учитывать тот фактор, что одни лекции дают ответы на конкретные вопросы темы, другие – лишь выявляют взаимосвязи между явлениями, помогая обучающемуся понять глубинные процессы развития изучаемого предмета как в истории, так и в настоящее время.

Конспектирование лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность обучающегося. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное и сделано это самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные преподавателям. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Целесообразно разработать собственную систему сокращений, аббревиатур и символов. Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

1.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям (семинарам)

Подготовку к каждому практическому занятию обучающийся должен начать с ознакомления с его планом, отражающим содержание предложенной темы. Продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, и изучения рекомендованной обязательной и дополнительной литературы. Новые понятия по изучаемой теме необходимо проработать и внести в глоссарий.

Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы практикума, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении лабораторных заданий и контрольных работ.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал из-за лимита аудиторных часов. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Практические занятия завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности обучающихся по изучаемой дисциплине. На лабораторных занятиях обучающиеся совместно с преподавателем обсуждают выданные им задания, задают интересующие их вопросы и выполняют на компьютерах самостоятельно или в группах свои задания, используя программное обеспечение представленное в рабочей программе. Каждое выполненное задание обучающийся обязан оформить в виде отчета и защитить его.

Семинар предполагает свободный обмен мнениями по избранной тематике. Он начинается со вступительного слова преподавателя, формулирующего цель занятия и характеризующего его основную проблематику. Затем, как правило, заслушиваются сообщения обучающихся. Обсуждение сообщения совмещается с рассмотрением намеченных вопросов. Сообщения, предполагающие анализ публикаций по отдельным вопросам семинара, заслушиваются обычно в середине занятия. Поощряется выдвижение и обсуждение альтернативных мнений. В заключительном слове преподаватель подводит

итоги обсуждения и объявляет оценки выступавшим обучающимся. В целях контроля подготовленности обучающихся и привития им навыков краткого письменного изложения своих мыслей преподаватель в ходе семинарских занятий может осуществлять текущий контроль знаний в виде тестовых заданий.

При подготовке к семинару обучающиеся имеют возможность воспользоваться консультациями преподавателя. Кроме указанных тем обучающиеся вправе, по согласованию с преподавателем, избирать и другие интересующие их темы.

Качество учебной работы обучающихся преподаватель оценивает с использованием технологической карты дисциплины, размещенной на сайте филиала МАГУ.

1.3. Методические рекомендации по работе с литературой

Работу с литературой целесообразно начать с изучения общих работ по теме, а также учебников и учебных пособий. Далее рекомендуется перейти к анализу монографий и статей, рассматривающих отдельные аспекты проблем, изучаемых в рамках курса, а также официальных материалов и неопубликованных документов (научно-исследовательские работы, диссертации), в которых могут содержаться основные вопросы изучаемой проблемы.

Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т.е. просмотреть текст, выделяя его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения.

В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание ученика на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает тезис из аргументов или нет.

Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер и уловить скрытые вопросы.

Понятно, что умение таким образом работать с текстом приходит далеко не сразу. Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, улавливать проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции – это сравнительное чтение, в ходе которого обучающийся знакомится с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравнивает весомость и доказательность аргументов сторон и делает вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

Если в литературе встречаются разные точки зрения по тому или иному вопросу из-за сложности прошедших событий и правовых явлений, нельзя их отвергать, не разобравшись. При наличии расхождений между авторами необходимо найти рациональное зерно у каждого из них, что позволит глубже усвоить предмет изучения и более критично оценивать изучаемые вопросы. Знакомясь с особыми позициями авторов, нужно определять их схожие суждения, аргументы, выводы, а затем сравнивать их между собой и применять из них ту, которая более убедительна.

Следующим этапом работы с литературными источниками является создание конспектов, фиксирующих основные тезисы и аргументы. Можно делать записи на отдельных листах, которые потом легко систематизировать по отдельным темам изучаемого курса. Другой способ – это ведение тематических тетрадей-конспектов по одной какой-либо теме. Большие специальные работы монографического характера целесообразно конспектировать в отдельных тетрадях. Здесь важно вспомнить, что конспекты пишутся на одной стороне листа, с полями и достаточным для исправления и ремарок межстрочным расстоянием (эти правила соблюдаются для удобства

1.5. Методические рекомендации по составлению глоссария

1. Внимательно прочитайте и ознакомьтесь с текстом. Вы встретите в нем много различных терминов, которые имеются по данной теме.

2. После того, как вы определили наиболее часто встречающиеся термины, вы должны составить из них список. Слова в этом списке должны быть расположены в строго алфавитном порядке, так как глоссарий представляет собой не что иное, как словарь специализированных терминов.

3. После этого начинается работа по составлению статей глоссария. Статья глоссария - это определение термина. Она состоит из двух частей: 1. точная формулировка термина в именительном падеже; 2. содержательная часть, объемно раскрывающая смысл данного термина.

При составлении глоссария важно придерживаться следующих правил:

- стремитесь к максимальной точности и достоверности информации;
- старайтесь указывать корректные научные термины и избегать всякого рода жаргонизмов. В случае употребления такового, давайте ему краткое и понятное пояснение;
- излагая несколько точек зрения в статье по поводу спорного вопроса, не принимайте ни одну из указанных позиций. Глоссарий - это всего лишь констатация имеющихся фактов;
- также не забывайте приводить в пример контекст, в котором может употребляться данный термин;
- при желании в глоссарий можно включить не только отдельные слова и термины, но и целые фразы.

1.6. Методические рекомендации для занятий в интерактивной форме

В учебном процессе, помимо чтения лекций и аудиторных занятий, используются интерактивные формы. В сочетании с внеаудиторной работой это способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся.

Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.

В курсе изучаемой дисциплины «Линейная алгебра» в интерактивной форме часы используются в виде: групповой дискуссии.

Тематика занятий с использованием интерактивных форм

№ п/п	Тема	Интерактивная форма	Часы, отводимые на интерактивные формы	
			Лекции	Практические занятия
1.	Линейные пространства	Групповая дискуссия	-	3
2.	Линейные операторы	Групповая дискуссия	-	3
ИТОГО			6 часов	

2. Планы практических занятий

Занятие 1. Линейные пространства

План:

1. Определение линейного пространства.
2. Базис и размерность линейного пространства.
3. Изоморфизм линейных пространств.

4. Линейное подпространство.
5. Пересечение, сумма, прямая сумма подпространств.

Литература: [1 – 196-202].

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение линейного пространства.
2. Сформулируйте аксиомы линейного пространства.
3. Что такое базис линейного пространства?
4. Какие вектора называют линейно независимыми?
5. Как определяется размерность линейного пространства?
6. Как определяются координаты вектора?
7. В каком случае выполняется преобразование координат вектора?
8. Какие линейные пространства называют изоморфными?
9. Найти размерности и базис суммы подпространств $L_1 = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ и $L_2 = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$, если: $a_1 = (1, 2, 1, -2)^T$, $b_1 = (1, 1, 1, 1)^T$.
10. Найти размерности и базис пересечения подпространств $L_1 = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ и $L_2 = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$, если: $a_1 = (1, 2, 1, -2)^T$, $b_1 = (1, 1, 1, 1)^T$.

Занятие 2. Евклидовы пространства

План:

1. Евклидово, унитарное пространства, определение, свойства.
2. Неравенство Коши-Буняковского.
3. Угол между векторами.
4. Ортонормированный базис, процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
5. Ортогональное дополнение.

Литература: [1 – 222-226, 229].

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение Евклидова пространства.
2. Сформулируйте свойства скалярного произведения векторов.
3. Что такое норма?
4. Сформулируйте неравенство Коши-Буняковского.
5. Приведите примеры Евклидовых пространств.
6. Чему равна длина вектора в Евклидовом пространстве?
7. Какое пространство называется унитарным?
8. Доказать, что любую ортогональную систему ненулевых векторов евклидова пространства можно дополнить до ортогонального базиса этого пространства.
9. Доказать, что в евклидовом пространстве в ортонормированном базисе матрицы линейного оператора и сопряженного к нему связаны соотношением $A = A^T$.
10. В евклидовом пространстве R^5 найти угол между векторами: $a = (3, -5, 1, 5, -2)$ и $b = (4, 0, -4, 4, 1)$.
11. Доказать, что любую ортогональную систему ненулевых векторов евклидова пространства можно дополнить до ортогонального базиса этого пространства.
12. В евклидовом пространстве найти косинус угла между векторами a и b , если $\|a\| = 3$, $\|b\| = 1$ и $\|a - 3b\|^2 + \|2a + 2b\|^2 = 60$
13. Разложить вектор X на сумму двух векторов, один из которых лежит в подпространстве, натянутом на векторы a_1, a_2, a_3 а другой ортогонален к этому подпространству.

Вариант 1

$$a_1 = (1, 1, 1, 1)^T$$

Вариант 2

$$X = (-3, 5, 9, 3)^T$$

$$a_2 = (2, -1, 1, 1)^T \quad a_3 = (2, -7, -1, -1)^T$$

$$X = (2, -5, 3, 4)^T$$

$$\mathbf{a}_1 = (1, 3, 3, 5)^T$$

$$\mathbf{a}_2 = (1, 3, -5, -3)^T \quad \mathbf{a}_3 = (1, -5, 3, -3)^T$$

Занятие 3. Линейные операторы

План:

1. Линейный оператор. Ядро и образ оператора, дефект и ранг оператора.
2. Матрица линейного оператора, подобные матрицы.
3. Произведение линейных операторов, обратный оператор. Линейное пространство линейных операторов.
4. Характеристический многочлен и спектр линейного оператора.
5. Инвариантное подпространство.
6. Линейные операторы в Евклидовом пространстве.

Литература: [1 – 202-211, 214-217, 231 – 235].

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение линейного оператора?
2. Приведите примеры линейных операторов.
3. Что такое ядро и образ оператора?
4. Что такое дефект и ранг оператора?
5. Как определяется матрица линейного оператора?
6. Как связаны матрицы линейного оператора в разных базисах?
7. Что такое собственный вектор линейного оператора?
8. Как связаны собственные векторы линейного оператора и его матрица?
9. Сформулируйте алгоритм нахождения собственных векторов и значений линейного оператора?
10. Если линейный оператор φ , действующий в пространстве L_n , имеет n линейно независимых собственных векторов e_1, e_2, \dots, e_n , соответствующих собственным числам $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, то в базисе из этих векторов матрица оператора имеет диагональный вид с диагональными элементами, равными собственным числам.
11. Линейный оператор φ переводит векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3 . Найти матрицу оператора φ в том же базисе, в котором заданы координатами все векторы:

Вариант 1	$\mathbf{a}_1 = (1, 2, -3)^T$	$\mathbf{a}_2 = (0, 1, 2)^T$	$\mathbf{a}_3 = (1, 0, 4)^T$
	$\mathbf{b}_1 = (1, 1, 1)^T$	$\mathbf{b}_2 = (1, 2, 1)^T$	$\mathbf{b}_3 = (0, 1, 1)^T$
Вариант 2	$\mathbf{a}_1 = (1, 2, 1)^T$	$\mathbf{a}_2 = (4, 3, -2)^T$	$\mathbf{a}_3 = (-5, -4, -1)^T$
	$\mathbf{b}_1 = (1, 1, 1)^T$	$\mathbf{b}_2 = (1, 0, 1)^T$	$\mathbf{b}_3 = (0, -1, 1)^T$

12. Для заданной матрицы оператора найти этот базис и соответствующую ему диагональную форму матрицы.

Вариант 1

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6 & 1 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

13. Найти собственные значения и собственные вектора матриц:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 2 & 5 & -6 \\ 4 & 6 & -9 \\ 3 & 6 & -8 \end{pmatrix}$$

14. Для заданной матрицы линейного оператора найти базис из собственных векторов и соответствующую ему диагональную форму матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Занятие 4. Линейные и квадратичные формы

План:

1. Линейные формы.
2. Квадратичные формы, матричная запись квадратичной формы.
3. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
4. Теорема Лагранжа.
5. Закон инерции квадратичных форм.
6. Критерий Сильвестра.

Литература: [1 – 245-254, 256-261].

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется линейной формой переменных x_1, \dots, x_n ?
2. Записать линейную форму: $g(x_1, x_2, x_3) = x_1 - 2x_2 + 3x_3$ в матричном виде как функцию векторного аргумента $x = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T$ и найти их производные первого и второго порядков.
3. Как меняются коэффициенты линейной формы при линейной замене переменных.
4. Дайте определение линейной функции над векторным пространством.
5. Что такое сопряженное пространство?
6. Дайте определение билинейной формы.
7. Дайте определение квадратичной формы.
8. Как происходит приведение квадратичной формы к диагональному виду?
9. Сформулируйте метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
10. Сформулируйте закон инерции квадратичных форм.
11. Сформулируйте условия положительной определенности квадратичной формы.
7. Сформулируйте критерий Сильвестра.
12. Преобразовать к сумме квадратов квадратичную форму и выписать преобразование координат: $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 5x_3^2$
13. Преобразовать к каноническому виду квадратичную форму:
14. $x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$
15. Преобразовать к каноническому виду ортогональным преобразованием квадратичную форму $x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$ и выписать преобразование координат.
16. Преобразовать к каноническому виду ортогональным преобразованием квадратичную форму: $3x_1^2 - 8x_1x_2 - 3x_2^2 - x_3^2 + 4x_3x_4 - 4x_4^2$ и выписать преобразование координат.