

**Приложение 2 к РПД Математические методы  
моделирования физических процессов  
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника  
направленность (профиль) «Высоковольтные  
электроэнергетика и электротехника»  
Форма обучения – заочная  
Год набора – 2018**

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ  
АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**1. Общие сведения**

1.	Кафедра	Физики, биологии и инженерных технологий
2.	Направление подготовки	13.03.02 Электроэнергетика и электротехника
3.	Направленность (профиль)	Высоковольтные электроэнергетика и электротехника
4.	Дисциплина (модуль)	Математические методы моделирования физических процессов
5.	Форма обучения	заочная
6.	Год набора	2018

**1. Перечень компетенций**

- способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач (ОПК-2);
- способностью принимать участие в проектировании объектов профессиональной деятельности в соответствии и техническим заданием нормативно-технической документацией, соблюдая различные технические, энергоэффективные и экологические требования (ПК-3)

## 2. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
Теория математического моделирования. Концепция и основы метода конечных разностей	ОПК-2; ПК-3	принципиальные подходы к математическому моделированию процессов и систем	применять методы механики и теплофизике при математическом моделировании учебных задач		Тест (терминологический)
Обзор основных методов численного моделирования.	ОПК-2; ПК-3	основные этапы математического моделирования			Групповая дискуссия
Классификация физико-математических моделей	ОПК-2; ПК-3	классификацию математических моделей			Групповая дискуссия Доклад
Методы математического моделирования. Численные методы решения задач в технической физике.	ОПК-2; ПК-3	основные методы численного моделирования в технической физике	применять методы механики и теплофизике при математическом моделировании учебных задач	навыками работы в программных комплексах, предназначенных для решения изучаемых задач технической физики	Групповая дискуссия Решение задач
Модели электромагнитных явлений	ОПК-2; ПК-3		решать характерные задачи с применением компьютеров	навыками работы в программных комплексах, предназначенных для решения изучаемых задач технической физики	Групповая дискуссия Доклад
Модели гидродинамических явлений	ОПК-2; ПК-3	основные методы численного моделирования в технической физике	использовать полученные знания на практике, решать характерные задачи с применением компьютеров	методами разработки математических моделей	Решение задач
Моделирование	ОПК-2; ПК-3	основные методы	использовать	методами разработки	Тест

процессов многофазной гидродинамики (модели Эйлера)		численного моделирования в технической физике	полученные знания на практике	математических моделей	(терминологический)
Моделирование тепловых процессов и аппаратов	ОПК-2; ПК-3	основные методы численного моделирования в технической физике	использовать полученные знания на практике	методами разработки математических моделей	Решение задач
Моделирование фазовых переходов	ОПК-2; ПК-3	основные методы численного моделирования в технической физике	использовать полученные знания на практике	методами разработки математических моделей	Решение задач
Моделирование динамики макроскопических тел	ОПК-2; ПК-3	основные методы численного моделирования в технической физике	использовать полученные знания на практике	методами разработки математических моделей	Тест (терминологический)
Модели Лагранжа	ОПК-2; ПК-3		использовать полученные знания на практике		Тест (терминологический)

### 3. Критерии и шкалы оценивания

#### 4.1 Решение задач

5 баллов выставляется, если студент решил все рекомендованные задачи, правильно изложил все варианты их решения, аргументировал их.

4 балла выставляется, если студент решил не менее 85% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты решения, аргументировал их.

3 балла выставляется, если студент решил не менее 65% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты их решения, аргументировал их.

0 баллов - если студент выполнил менее 50% задания, и/или неверно указал варианты решения.

#### 4.2 Тест

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-100
Количество баллов	3	4	5

#### 4.3 Групповая дискуссия (устные обсуждения проблемы или ситуации)

Критерии оценивания	Баллы
<ul style="list-style-type: none"><li>• обучающийся ориентируется в проблеме обсуждения, грамотно высказывает и обосновывает свои суждения, владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания, материал излагает логично, грамотно, без ошибок;</li><li>• при ответе студент демонстрирует связь теории с практикой.</li></ul>	2
<ul style="list-style-type: none"><li>• обучающийся грамотно излагает материал; ориентируется в проблеме обсуждения, владеет профессиональной терминологией, осознанно применяет теоретические знания, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности;</li><li>• ответ правильный, полный, с незначительными неточностями или недостаточно полный.</li></ul>	1
<ul style="list-style-type: none"><li>• обучающийся излагает материал неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, не может доказательно обосновать свои суждения;</li><li>• обнаруживается недостаточно глубокое понимание изученного материала.</li></ul>	0

#### 1.4 Выступление с докладом

Баллы	Характеристики выступления обучающегося
6	<ul style="list-style-type: none"><li>– студент глубоко и всесторонне усвоил проблему;</li><li>– уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает;</li><li>– опираясь на знания основной и дополнительной литературы, тесно привязывает усвоенные научные положения с практической деятельностью;</li><li>– умело обосновывает и аргументирует выдвигаемые им идеи;</li><li>– делает выводы и обобщения;</li><li>– свободно владеет понятиями</li></ul>
4	<ul style="list-style-type: none"><li>– студент твердо усвоил тему, грамотно и по существу излагает ее,</li></ul>

	<p>опираясь на знания основной литературы;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– не допускает существенных неточностей;</li> <li>– увязывает усвоенные знания с практической деятельностью;</li> <li>– аргументирует научные положения;</li> <li>– делает выводы и обобщения;</li> <li>– владеет системой основных понятий</li> </ul>
<b>2</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– тема раскрыта недостаточно четко и полно, то есть студент освоил проблему, по существу излагает ее, опираясь на знания только основной литературы;</li> <li>– допускает несущественные ошибки и неточности;</li> <li>– испытывает затруднения в практическом применении знаний;</li> <li>– слабо аргументирует научные положения;</li> <li>– затрудняется в формулировании выводов и обобщений;</li> <li>– частично владеет системой понятий</li> </ul>
<b>0</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– студент не усвоил значительной части проблемы;</li> <li>– допускает существенные ошибки и неточности при рассмотрении ее;</li> <li>– испытывает трудности в практическом применении знаний;</li> <li>– не может аргументировать научные положения;</li> <li>– не формулирует выводов и обобщений;</li> <li>– не владеет понятийным аппаратом</li> </ul>

#### 4.5 Выполнение задания на составление глоссария

	<b>Критерии оценки</b>	<b>Количество баллов</b>
1	аккуратность и грамотность изложения, работа соответствует по оформлению всем требованиям	<b>6</b>
2	полнота исследования темы, содержание глоссария соответствует заданной теме	<b>4</b>
	<b>ИТОГО:</b>	<b>10 баллов</b>

#### ***4. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.***

##### **5.1 Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Решение нелинейных уравнений. Локализация корней. Метод простой итерации.
2. Решение нелинейных уравнений. Метод Ньютона. Метод секущих.
3. Решение нелинейных уравнений. Метод половинного деления. Метод хорд. Комбинированный метод хорд и касательных.
4. Интерполирование и приближение функций. Интерполяционная формула Лагранжа.
5. Интерполирование и приближение функций. Интерполяционная формула Ньютона.
6. Погрешность интерполяционной формулы.
7. Сплайн-интерполирование. Построение кубического сплайна.
8. Метод прогонки.
9. Подбор эмпирической формулы. Метод наименьших квадратов.
10. Равномерное приближение функций.
11. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы. Формула прямоугольников.

12. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы. Формула трапеций.
13. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы. Формула Симпсона.
14. Численное интегрирование. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Вывод формул. Оценка погрешностей.
15. Численное интегрирование. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической точности (метод Гаусса).
16. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка. Характеристики. Канонический вид.
17. Приведение к каноническому виду в случае 2-х переменных (на плоскости) методом характеристик. Алгоритм метода характеристик.
18. Постановка классической задачи Коши для волнового уравнения. Теорема о разрешимости при  $n=1, 2, 3$  (без доказательства). Решение этой задачи методом разложения решения в ряд Тейлора по времени. Алгоритм метода.
19. Постановка классической задачи Коши для уравнения теплопроводности. Теорема о разрешимости (без доказательства). Решение этой задачи методом разложения решения в ряд Тейлора по времени. Алгоритм метода.
20. Классификация численных методов решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка.
21. Метод Эйлера. Разностная схема.
22. Погрешность аппроксимации разностной схемы Эйлера.
23. Сходимость метода Эйлера.
24. Определение метрического пространства. Понятие предела последовательности. Граница множества. Открытые и замкнутые множества. Ограниченные множества. Полнота и сепарабельность.
25. Определение нормированного пространства. Линейная зависимость и независимость бесконечной системы векторов. Полные системы векторов. Базис нормированного пространства.
26. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Норма в евклидовом пространстве. Ортогональные системы векторов.
27. Счетный ортонормированный базис в сепарабельном евклидовом пространстве. Ряд Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя. Сходимость ряда Фурье по ортогональной системе. Пространство  $L_2(Q)$ .
28. Постановка краевых задач для уравнений Пуассона и Лапласа. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана.
29. Собственные функции и числа краевых задач для оператора Лапласа. Нахождение собственных функций и чисел в 1-мерном случае для четырех простейших типов граничных условий.
30. Алгоритм решения методом разделения переменных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона на плоскости в случае круга, кольца, внешности круга.
31. Постановка смешанных задач для волнового уравнения. Алгоритм решения методом разделения переменных. Применение этого алгоритма в 1-мерном по пространству случае.
32. Постановка смешанных задач для уравнения теплопроводности. Алгоритм решения методом разделения переменных. Применение этого алгоритма в 1-мерном по пространству случае.

## 5.2 Примерная тематика задач

1. Задача на приведение к каноническому виду на плоскости методом характеристик.
2. Задача Коши для волнового уравнения.
3. Задача Коши для уравнения теплопроводности.
  1. Краевая задача для уравнения Лапласа или Пуассона на плоскости в случае либо круга, либо внешности круга, либо кольца.
  2. Смешанная задача для 1-мерного волнового уравнения.
  3. Смешанная задача для 1-мерного уравнения теплопроводности.

Пример решения задачи:

Найти общее решение уравнения

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0. \quad (1.1)$$

**Шаг 1. Находим замену переменных**

**Способ 1 (через уравнения характеристик)** Дискриминант характеристической квадратичной формы в данном случае равен  $a^2$ :

$$\Delta = a_{12}^2 - a_{11}a_{22} = a^2 > 0, \quad \Rightarrow \quad \text{гиперболический тип.}$$

Так как  $a_{11} = 1 \neq 0$ , составим уравнения характеристик  $\frac{dx}{dt} = \frac{a_{12} \pm \sqrt{\Delta}}{a_{11}}$ :

$$\frac{dx}{dt} = \pm a, \quad \Rightarrow \quad x = \pm at,$$

и первые интегралы имеют вид:

$$x + at = c, \quad x - at = c.$$

Поэтому заменой, приводящей уравнение (1.1) к каноническому виду, является замена:

$$\begin{cases} \xi = x + at; \\ \eta = x - at. \end{cases} \quad (1.2)$$

**Шаг 2. Приведение к каноническому виду**

Пусть  $v(\xi, \eta) = u(x, t)$ . Замена (1.2) даёт нам следующие соотношения для производных:

$$\begin{aligned} u_x &= v_\xi + v_\eta, & u_t &= a(v_\xi - v_\eta), \\ u_{xx} &= v_{\xi\xi} + 2v_{\xi\eta} + v_{\eta\eta}, & u_{tt} &= a^2(v_{\xi\xi} - 2v_{\xi\eta} + v_{\eta\eta}). \end{aligned}$$

Подставив их в уравнение (1.1), получаем:

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = a^2(v_{\xi\xi} - 2v_{\xi\eta} + v_{\eta\eta}) - a^2(v_{\xi\xi} + 2v_{\xi\eta} + v_{\eta\eta}) = 0,$$

или, после сокращения,

$$v_{\xi\eta} = 0. \quad (1.3)$$

**Шаг 3. Решение уравнения**

Уравнение (1.3) решить легко. В самом деле, раз производная по  $\eta$  от функции двух переменных  $\frac{\partial v}{\partial \xi}$  равна нулю, то  $\frac{\partial v}{\partial \xi}$  не зависит от  $\eta$ , то есть:

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} = h(\xi).$$

Проинтегрируем последнее равенство по  $\xi$  и учтём, что вместо константы интегрирования надо поставить произвольную функцию от  $\eta$ , так как дифференцирование по  $\xi$  любую  $f_2(\eta)$  обратит в нуль.

$$v(\xi, \eta) = \underbrace{\int h(\xi) d\xi}_{=f_1(\xi)} + f_2(\eta) = f_1(\xi) + f_2(\eta).$$

Переходя к исходным переменным, получаем:

$$u(x, t) = f_1(x + at) + f_2(x - at), \quad (1.4)$$

где  $f_{1,2}$  – произвольные дважды дифференцируемые функции.

**Геометрический смысл равенства (1.4).**

Пусть  $f_2 \equiv 0$ . Тогда в момент времени  $t = 0$  профиль струны задаётся равенством

$$u(x, 0) = f_1(x),$$

в момент времени  $t = 1$  – равенством

$$u(x, 1) = f_1(x + a),$$

то есть график  $f_1$  к моменту  $t = 1$  сдвинулся влево на величину  $a$ , и так далее.

Если же, наоборот,  $f_1 \equiv 0$ . Тогда в момент времени  $t = 0$  профиль струны задаётся равенством

$$u(x, 0) = f_2(x),$$

в момент времени  $t = 1$  – равенством

$$u(x, 1) = f_2(x - a),$$

то есть график  $f_2$  к моменту  $t = 1$  сдвинулся вправо на величину  $a$ , и так далее.

**Вывод:** Решение уравнения колебаний (1.1) представляет собой сумму двух волн, бегущих влево и вправо со скоростью  $a$ :

$$u(x, t) = \underbrace{f_1(x + at)}_{\leftarrow} + \underbrace{f_2(x - at)}_{\rightarrow}.$$

*Найти решение задачи Коши*

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = \beta x^2, & x \in (-\infty, +\infty), \quad t \in (0, +\infty); \\ u(x, 0) = e^{-x}, & x \in (-\infty, +\infty); \\ u_t(x, 0) = \gamma, & x \in (-\infty, +\infty). \end{cases} \quad (3.1)$$

Чтобы найти решение, нам достаточно применить формулу Даламбера. Вычислим сначала самый сложный входящий в неё интеграл:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(s, \tau) ds d\tau &= \frac{\beta}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} s^2 ds d\tau = \\ &= \frac{\beta}{2a} \int_0^t \left. \frac{s^3}{3} \right|_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} d\tau = \frac{\beta}{6a} \int_0^t ((x+a(t-\tau))^3 - (x-a(t-\tau))^3) d\tau = \\ &= \frac{\beta}{6a} \int_0^t \left( (x^3 + 3x^2(t-\tau) + 3x(t-\tau)^2 + (t-\tau)^3) - (x^3 - 3x^2(t-\tau) + 3x(t-\tau)^2 - (t-\tau)^3) \right) d\tau = \\ &= \frac{\beta}{6a} \int_0^t (6x^2(t-\tau) + 2(t-\tau)^3) d\tau = \left[ \tau - t = p, \quad d\tau = dp \right] = \\ &= \frac{\beta}{6a} \int_{-t}^0 (6x^2(-p) + 2p^3) dp = \frac{\beta}{6a} \left( -6x^2 \frac{p^2}{2} \Big|_{p=-t}^{p=0} + 2 \frac{p^4}{4} \Big|_{p=-t}^{p=0} \right) = \frac{\beta}{12a} (6x^2 t^2 + t^4). \end{aligned}$$



Тогда, из формулы Даламбера получаем:

$$\begin{aligned}u(x, t) &= \frac{\varphi(x+at) + \varphi(x-at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(s) ds + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(s, \tau) ds d\tau = \\&= \frac{e^{-x-at} + e^{-x+at}}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \gamma ds + \frac{\beta}{12a} (6x^2t^2 + t^4) = \\&= e^{-x} \cdot \frac{e^{-at} + e^{+at}}{2} + \frac{\gamma}{2a} ((x+at) - (x-at)) + \frac{\beta}{12a} (6x^2t^2 + t^4) = \\&= e^{-x} \operatorname{ch} at + \gamma t + \frac{\beta}{12a} (6x^2t^2 + t^4).\end{aligned}$$

### 5.3 Пример терминологического теста:

Дайте определение и объясните суть следующих понятий:

1. Гидродинамические модели.
2. Прогнозные экономические модели.
3. Одномерные, двумерные и трехмерные модели.
4. Нестационарные модели.
5. Метод прогонки
6. Метод половинного деления. Метод хорд.
7. Комбинированный метод хорд и касательных.
8. Открытые и замкнутые множества.
9. Ограниченные множества.
10. Полнота и сепарабельность
11. Постановка краевых задач для уравнений Пуассона и Лапласа.
12. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана.
13. Алгоритм решения методом разделения переменных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона на плоскости в случае круга.
14. Алгоритм решения методом разделения переменных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона на плоскости в случае кольца.
15. Алгоритм решения методом разделения переменных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона на плоскости в случае внешности круга.
16. Евклидово пространство.
17. Неравенство Коши-Буняковского.
18. Норма в евклидовом пространстве.

19. Метод Эйлера. Разностная схема.
20. Погрешность аппроксимации разностной схемы Эйлера.
21. Сходимость метода Эйлера.
22. Примеры математического моделирования в технической физике.

#### **5.4 Примерная тематика докладов:**

1. Теория математического моделирования. Концепция и основные подходы математического моделирования.
2. Основы и концептуальные подходы к физико-математическому моделированию процессов и систем. Системный анализ в задачах математического моделирования.
3. Основные этапы физико-математического моделирования. Основные принципы организации процесса математического моделирования в нефтегазовых и строительных технологиях.
4. Постановка задач, формализация моделей, допущения и ограничения моделей, реализация моделей на компьютерах, проверка адекватности моделей, идентификация параметров модели.
5. Классификация физико-математических моделей. Основания для классификации моделей.
6. Методы математического моделирования. Численные методы решения задач в технической физике.
7. Моделирование процессов и систем на различных уровнях сложности. Одномерные, двумерные и трехмерные модели. Нестационарные модели.
8. Современные численные методы решения задач.
9. Компьютерная реализация математических моделей. Основные принципы и методы компьютерной реализации математических моделей.
10. Идентификация и обоснование моделей в технической физике.
11. Составления результатов компьютерного моделирования с известными теоретическими и расчетными данными.
12. Основы экспериментального обоснования и идентификации параметров в технической физике.
13. Примеры математического моделирования в технической физике. Компьютерное моделирование систем. Математическое моделирование в гидродинамике и теплофизике. Гидродинамические модели. Прогнозные экономические модели.
14. Моделирование скважин и трубопроводов.
15. Модели квазиодномерного течения в трубопроводах.
16. Математические модели в строительной физике. Моделирование параметров теплоносителя в системах отопления и газоснабжения.
17. Математические модели в физике. Моделирование тепломассообмена в ограждающих конструкциях. Тепловые режимы в помещениях.
18. Моделирование осложнений (гидротообразование, парафинообразование, солеотложение) при эксплуатации трубопроводов.
19. Моделирование в энергетике. Моделирование теплоэнергетических установок (паровые, газотурбинные, парогазовые, газопаровые установки).