

**Приложение 1 к РПД Численные методы
09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) – Информационные системы и технологии
Форма обучения – очная
Год набора - 2015**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ
ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1	Кафедра	Информатики и вычислительной техники
2	Направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
3	Направленность (профиль)	Информационные системы и технологии
4	Дисциплина (модуль)	Численные методы
5	Форма обучения	Очная
6	Год набора	2015

1. Методические рекомендации.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо внимательно ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий. Самостоятельная работа обучающегося предполагает работу с научной и учебной литературой, умение создавать тексты. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий.

При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания:

- изучают рекомендованную научно-практическую и учебную литературу;
- выполняют задания, предусмотренные для самостоятельной работы.

Основными видами аудиторной работы обучающихся являются лекции.

1.1. Методические рекомендации по организации работы обучающихся во время проведения лекционных занятий.

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы, дает рекомендации на семинарское занятие и указания на самостоятельную работу.

Знакомство с дисциплиной происходит уже на первой лекции, где от обучающегося требуется не просто внимание, но и самостоятельное оформление конспекта. При работе с конспектом лекций необходимо учитывать тот фактор, что одни лекции дают ответы на конкретные вопросы темы, другие – лишь выявляют взаимосвязи между явлениями, помогая обучающемуся понять глубинные процессы развития изучаемого предмета как в истории, так и в настоящее время.

Конспектирование лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность обучающегося. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное и сделано это самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

Конспект лекции лучше подразделять на пункты, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать вопросы плана лекции, предложенные

преподавателям. Следует обращать внимание на акценты, выводы, которые делает лектор, отмечая наиболее важные моменты в лекционном материале замечаниями «важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек, подчеркивая термины и определения.

Целесообразно разработать собственную систему сокращений, аббревиатур и символов. Однако при дальнейшей работе с конспектом символы лучше заменить обычными словами для быстрого зрительного восприятия текста.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть теоретическим материалом.

1.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям (лабораторным /семинарам)

Подготовку к каждому практическому занятию обучающийся должен начать с ознакомления с его планом, отражающим содержание предложенной темы. Продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, и изучения рекомендованной обязательной и дополнительной литературы. Новые понятия по изучаемой теме необходимо проработать и внести в глоссарий.

Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы практикума, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении лабораторных заданий и контрольных работ.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал из-за лимита аудиторных часов. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Лабораторные занятия завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины. Они служат для закрепления изученного материала, развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений, приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, аргументации и защиты выдвигаемых положений, а также для контроля преподавателем степени подготовленности обучающихся по изучаемой дисциплине. На лабораторных занятиях обучающиеся совместно с преподавателем обсуждают выданные им задания, задают интересующие их вопросы и выполняют на компьютерах самостоятельно или в группах свои задания, используя программное обеспечение представленное в рабочей программе. Каждое выполненное задание обучающийся обязан оформить в виде отчета и защитить его.

Семинар предполагает свободный обмен мнениями по избранной тематике. Он начинается со вступительного слова преподавателя, формулирующего цель занятия и характеризующего его основную проблематику. Затем, как правило, заслушиваются сообщения обучающихся. Обсуждение сообщения совмещается с рассмотрением намеченных вопросов. Сообщения, предполагающие анализ публикаций по отдельным вопросам семинара, заслушиваются обычно в середине занятия. Поощряется выдвижение и обсуждение альтернативных мнений. В заключительном слове преподаватель подводит итоги обсуждения и объявляет оценки выступавшим обучающимся. В целях контроля подготовленности обучающихся и привития им навыков краткого письменного изложения

своих мыслей преподаватель в ходе семинарских занятий может осуществлять текущий контроль знаний в виде тестовых заданий.

При подготовке к семинару обучающиеся имеют возможность воспользоваться консультациями преподавателя. Кроме указанных тем обучающиеся вправе, по согласованию с преподавателем, избирать и другие интересующие их темы.

Качество учебной работы обучающихся преподаватель оценивает с использованием технологической карты дисциплины, размещенной на сайте филиала МАГУ.

1.3. Методические рекомендации по работе с литературой.

Работу с литературой целесообразно начать с изучения общих работ по теме, а также учебников и учебных пособий. Далее рекомендуется перейти к анализу монографий и статей, рассматривающих отдельные аспекты проблем, изучаемых в рамках курса, а также официальных материалов и неопубликованных документов (научно-исследовательские работы, диссертации), в которых могут содержаться основные вопросы изучаемой проблемы.

Работу с источниками надо начинать с ознакомительного чтения, т.е. просмотреть текст, выделяя его структурные единицы. При ознакомительном чтении закладками отмечаются те страницы, которые требуют более внимательного изучения.

В зависимости от результатов ознакомительного чтения выбирается дальнейший способ работы с источником. Если для разрешения поставленной задачи требуется изучение некоторых фрагментов текста, то используется метод выборочного чтения. Если в книге нет подробного оглавления, следует обратить внимание ученика на предметные и именные указатели.

Избранные фрагменты или весь текст (если он целиком имеет отношение к теме) требуют вдумчивого, неторопливого чтения с «мысленной проработкой» материала. Такое чтение предполагает выделение: 1) главного в тексте; 2) основных аргументов; 3) выводов. Особое внимание следует обратить на то, вытекает тезис из аргументов или нет.

Необходимо также проанализировать, какие из утверждений автора носят проблематичный, гипотетический характер, и уловить скрытые вопросы.

Понятно, что умение таким образом работать с текстом приходит далеко не сразу. Наилучший способ научиться выделять главное в тексте, улавливать проблематичный характер утверждений, давать оценку авторской позиции – это сравнительное чтение, в ходе которого обучающийся знакомится с различными мнениями по одному и тому же вопросу, сравнивает весомость и доказательность аргументов сторон и делает вывод о наибольшей убедительности той или иной позиции.

Если в литературе встречаются разные точки зрения по тому или иному вопросу из-за сложности прошедших событий и правовых явлений, нельзя их отвергать, не разобравшись. При наличии расхождений между авторами необходимо найти рациональное зерно у каждого из них, что позволит глубже усвоить предмет изучения и более критично оценивать изучаемые вопросы. Знакомясь с особыми позициями авторов, нужно определять их схожие суждения, аргументы, выводы, а затем сравнивать их между собой и применять из них ту, которая более убедительна.

Следующим этапом работы с литературными источниками является создание конспектов, фиксирующих основные тезисы и аргументы. Можно делать записи на отдельных листах, которые потом легко систематизировать по отдельным темам изучаемого курса. Другой способ – это ведение тематических тетрадей-конспектов по одной какой-либо теме. Большие специальные работы монографического характера целесообразно конспектировать в отдельных тетрадях. Здесь важно вспомнить, что конспекты пишутся на одной стороне листа, с полями и достаточным для исправления и ремарок межстрочным расстоянием (эти правила соблюдаются для удобства редактирования). Если в конспектах приводятся цитаты, то непременно должно быть дано

указание на источник (автор, название, выходные данные, № страницы). Впоследствии эта информация может быть использована при написании текста реферата или другого задания.

Таким образом, при работе с источниками и литературой важно уметь:

- сопоставлять, сравнивать, классифицировать, группировать, систематизировать информацию в соответствии с определенной учебной задачей;
- обобщать полученную информацию, оценивать прослушанное и прочитанное;
- фиксировать основное содержание сообщений; формулировать, устно и письменно, основную идею сообщения; составлять план, формулировать тезисы;
- готовить и презентовать развернутые сообщения типа доклада;
- работать в разных режимах (индивидуально, в паре, в группе), взаимодействуя друг с другом;
- пользоваться реферативными и справочными материалами;
- контролировать свои действия и действия своих товарищей, объективно оценивать свои действия;
- обращаться за помощью, дополнительными разъяснениями к преподавателю, другим обучающимся.
- пользоваться лингвистической или контекстуальной догадкой, словарями различного характера, различного рода подсказками, опорами в тексте (ключевые слова, структура текста, предваряющая информация и др.);
- использовать при говорении и письме перифраз, синонимичные средства, слова-описания общих понятий, разъяснения, примеры, толкования, «словотворчество»;
- повторять или перефразировать реплику собеседника в подтверждении понимания его высказывания или вопроса;
- обратиться за помощью к собеседнику (уточнить вопрос, переспросить и др.);
- использовать мимику, жесты (вообще и в тех случаях, когда языковых средств не хватает для выражения тех или иных коммуникативных намерений).

1.4. Методические рекомендации по подготовке к сдаче зачета /экзамена

Подготовка к зачету / экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к зачету / экзамену, обучающийся ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На зачете /экзамене обучающийся демонстрирует то, что он приобрел в процессе изучения дисциплины.

В условиях применяемой в МАГУ балльно-рейтинговой системы подготовка к зачету / экзамену включает в себя самостоятельную и аудиторную работу обучающегося в течение всего периода изучения дисциплины и непосредственную подготовку в дни, предшествующие зачету/экзамену по разделам и темам дисциплины.

При подготовке к зачету/экзамену обучающимся целесообразно использовать не только материалы лекций, а и рекомендованную преподавателем основную и дополнительную литературу.

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).

Качество учебной работы обучающихся преподаватель оценивает с использованием технологической карты дисциплины, размещенной на сайте филиала МАГУ.

1.5. Методические рекомендации для занятий в интерактивной форме

В учебном процессе, помимо чтения лекций и аудиторных занятий, используются интерактивные формы. В сочетании с внеаудиторной работой это способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучающихся.

Интерактивное обучение представляет собой способ познания, осуществляемый в формах совместной деятельности обучающихся, т.е. все участники образовательного процесса взаимодействуют друг с другом, совместно решают поставленные проблемы, моделируют ситуации, обмениваются информацией, оценивают действие коллег и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем.

В курсе изучаемой дисциплины «Численные методы» интерактивной форме часы используются в виде: групповой дискуссии.

Тематика занятий с использованием интерактивных форм

№ п/п	Тема	Интерактивная форма	Часы, отводимые на интерактивные формы		
			лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия
1.	Численные методы решения СЛАУ	Групповая дискуссия	-	3	1,5
2.	Решение нелинейных уравнений	Групповая дискуссия	-	3	1,5
3.	Приближение функций	Групповая дискуссия	-	-	4,5
4.	Численное интегрирование	Групповая дискуссия	-	-	1
5.	Методы численного решения ОДУ.	Групповая дискуссия	-	-	3,5
ИТОГО			18 часов		

2. Планы практических занятий

Занятие 1. Решение задач по теме «Элементы теории погрешностей»

План:

1. Определение точности приближенного числа
2. Округление приближенных чисел со всеми верными знаками.
3. Определение погрешности приближенного числа, если известно число верных знаков.
4. Определение погрешности выражения.
5. Решение контрольной работы по теме

Литература: [1, с. 5-18]

Вопросы для самоконтроля

1. По какой погрешности определяется точность результата?
2. Как определить количество верных десятичных знаков в записи приближенного числа, если известна его абсолютная погрешность?
3. Как определить абсолютную погрешность произведения?
4. Как определить относительную погрешность суммы?

Задание для самостоятельной работы:

1. Определить, какое равенство точнее. $\frac{6}{7} = 0.857$; $\sqrt{41} = 6.40$.
2. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки:
 - а) в узком смысле: $a=0.36127\pm 0.00034$;
 - б) в широком смысле: $a=46.7843$; $\delta=0.32\%$.
 Определить абсолютную погрешность результата.
3. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры:
 - а) в узком смысле: $a=3.425$;
 - б) в широком смысле: $a=7.38$.
4. Вычислить и определить погрешность результата:
 - а) $X = \sqrt{\frac{cd}{b}}$, $c=0.8345\pm 0.0004$, $d=13.8\pm 0.03$, $b=1.84\pm 0.006$.
 - б) $Y = \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$, $a=9.37\pm 0.004$, $b=3.108\pm 0.0003$, $m=0.46\pm 0.002$, $n=15.2\pm 0.04$.

Занятие 2. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

План:

1. Решение СЛАУ методом Гаусса
2. LU- факторизация
3. Нахождение обратной матрицы с помощью LU- факторизации
4. Решение СЛАУ с помощью LU- факторизации

Литература: [2, с.32-48], [4, с.23-41]

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое прямые методы решения СЛАУ?
2. Приведите алгоритм решения СЛАУ методом Гаусса.
3. Теорема о разложении квадратной матрицы.
4. Приведите схему вычисления обратной матрицы с помощью LU- факторизации.
5. Приведите алгоритм решения СЛАУ с помощью LU- факторизации.

Задание для самостоятельной работы:

1. Найти решение системы $Ax = b$, методом Гаусса и с помощью LU- факторизации.
 2. Используя LU-факторизацию, найти матрицу A^{-1} .
- $$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 8 & -8 & 7 \\ 12 & -5 & 5 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Занятие 3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

План:

1. Исследование сходимости итерационных методов (Якоби, Зейделя, простых итераций).
2. Определение минимального числа итераций для нахождения решения СЛАУ с заданной точностью.
3. Решение СЛАУ итерационными методами (Якоби, Зейделя, простых итераций).
4. Контрольная работа (исследование сходимости).

Литература: [2, с. 63-95]

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое итерационные методы решения СЛАУ.
2. Приведите общий алгоритм решения СЛАУ итерационными методами.
3. Приведите условия сходимости стационарных итерационных методов решения СЛАУ.
4. Условие окончания итераций.
5. Каноническая форма записи итерационных методов.

Задание для самостоятельной работы:

Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 4.7x_1 + 3.3x_2 + 1.3x_3 = 2.1 \\ 3.5x_1 - 6.7x_2 + 2.8x_3 = 1.7 \\ 4.1x_1 + 5.8x_2 - 10.7x_3 = 0.8 \end{cases}$$

1. Исследовать сходимость методов Якоби, Зейделя и простых итерация для данной системы.
2. Решить систему методами Якоби, Зейделя и простых итераций с точностью $\varepsilon=0.01$.
3. Сравнить скорости сходимости методов

Занятие 4. Решение нелинейных уравнений

План:

1. Локализация корней.
2. Решение нелинейных уравнений итерационными методами (половинного деления, простой итерации, касательных, секущих, хорд, комбинированный метод хорд и касательных).

Литература: [1, с. 19-26], [2, с.141-185]

Вопросы для самоконтроля

1. Что значит локализовать корни нелинейного уравнения?
2. Способы локализации корней нелинейных уравнений.
3. Как определить начальное приближение в методе касательных?
4. Как определить начальное приближение в методе хорд?
5. Общий алгоритм решения нелинейных уравнений.
6. Условие окончания итераций.

Задание для самостоятельной работы:

1. Найдите промежуток локализации (единичной длины) отрицательного корня уравнения $x^3 - x^2 + 4 = 0$. За сколько шагов метода половинного деления можно уточнить корень до 0.1? до 0.01? до 10^{-6} ?

2. Методами половинного деления, простой итерации, касательных, секущих, хорд, комбинированным методом хорд и касательных найти корни уравнений ($\varepsilon=0.001$) [4, с.125]

- 1) $x^4 - 2x - 4 = 0$ (положительный корень)
- 2) $2 - \lg x - x = 0$
- 3) $\operatorname{tg} x = x$ (наименьший положительный корень)
- 4) $x^3 + 2x - 7 = 0$
- 5) $\ln(8x) = 9x - 3$
- 6) $x^4 - 3x^2 + 75x - 10000 = 0$ (отрицательный корень)
- 7) $\sin(2.2x) - x = 0$

8) $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$

Планы лабораторных работ
Лабораторная работа №1

Тема: Решение нелинейных уравнений: локализация корней уравнения и уточнение корня одним из итерационных методов (метод хорд; метод касательных; метод секущих; комбинированный метод хорд и касательных.)

Литература: [1, с. 19-26],[2, с.141-185]

Вопросы для самоконтроля

1. Что значит локализовать корни нелинейного уравнения?
2. Способы локализации корней нелинейных уравнений.
3. Как определить начальное приближение в методе касательных?
4. Как определить начальное приближение в методе хорд?
5. Общий алгоритм решения нелинейных уравнений.
6. Условие окончания итераций.

Задание: Решить уравнение $f(x)=0$ с точностью $\varepsilon=10^{-3}$ следующими методами:

Вариант 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29 - Метод хорд

Вариант 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26,30 - Метод касательных

Вариант 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27 - Метод секущих

Вариант 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 - Комбинированный метод хорд и касательных

Сравнить полученное решение с решением, полученным с помощью встроенной функцией MathCAD *root*.

№ варианта	$f(x)$	№ варианта	$f(x)$
1	$\ln(x) - \frac{1}{x^2}$	16	$e^{-x} - \sqrt{x-1}$
2	$2\ln(x) - \frac{x}{2} + 1$	17	$2\sin(3x) - 1,5x$
3	$\frac{1-x}{x} - 3\cos(4x)$	18	$0,1e^{-x} - \frac{x}{2}$
4	$ctg(x) \cdot x^2$	19	$\ln(1,2x) - 1,5x + 2$
5	$tg(\frac{x}{4}) - x - 2$	20	$tg(2,5x) - 5x$
6	$\sqrt{x} - 3\sin(x)$	21	$\ln(x) - 2\cos(x)$
7	$\sqrt{x} - \cos \frac{x}{2}$	22	$\sqrt{2-x^2} - e^x$
8	$2\ln(x) - \frac{1}{x}$	23	$e^{-(x+1)} + x^2 + 2x - 1$
9	$x - 3\cos^2(x)$	24	$e^{-x} - 2 + x^2$
10	$tg(7,5x) - 2(x+1)$	25	$xe^x - x - 1$
11	$\ln(x) - \frac{7}{2x+6}$	26	$\cos^2(x) - 0,5\cos(x) + 0.25$
12	$e^{-x} - (x-1)^2$	27	$\sin(x+2) - x^2 + 2x - 1$
13	$e^x + x^2 - 2$	28	$x - e^{-x^2}$

№ варианта	$f(x)$	№ варианта	$f(x)$
14	$e^x - 2(x-1)^2$	29	$x \ln(x) - x^2 + 3x - 1$
15	$e^x + 2x^2 - 3$	30	$e^{-x} - 5x^2 + 10x$

Лабораторная работа №2

Тема: Решение систем линейных алгебраических уравнений итерационными методами:

- Стационарным методом (метод Якоби, метод Зейделя, метод релаксации, метод простых итераций).
- Нестационарным методом (метод минимальных невязок, метод сопряженных градиентов).

Литература: [2, с. 63-95]

Вопросы для самоконтроля

1. Стационарные и нестационарные итерационные методы решения СЛАУ
2. Приведите общий алгоритм решения СЛАУ итерационными методами.
3. Приведите условия сходимости стационарных итерационных методов решения СЛАУ.
4. Условие окончания итераций.

Задание:

1. Найти решение системы $Ax=b$ (вычисляя в MathCAD'е обратную матрицу A^{-1}) по формуле $x^* = A^{-1}b$.
2. Найти приближенное решение системы итерационным методом с точностью $\varepsilon=10^{-5}$.
 Вариант 1, 9, 17, 25 - метод Якоби, метод минимальных невязок
 Вариант 2, 10, 18, 26 - метод Зейделя, метод сопряженных градиентов
 Вариант 3, 11, 19, 27 - метод релаксации; метод минимальных невязок
 Вариант 4, 12, 20, 28 - метод простых итераций; метод сопряженных градиентов
 Вариант 5, 13, 21, 29 - метод Якоби, метод сопряженных градиентов
 Вариант 6, 14, 22, 30 - метод Зейделя, метод минимальных невязок
 Вариант 7, 15, 23 - метод релаксации; метод сопряженных градиентов
 Вариант 8, 16, 24 - метод простых итераций; метод минимальных невязок

Матрица системы определяется формулой $A=D+kC$, где k – номер варианта,

$$D = \begin{pmatrix} 1,342 & 0,432 & -0,599 & 0,202 \\ 0,202 & 1,342 & 0,432 & -0,599 \\ -0,599 & 0,202 & 1,342 & 0,432 \\ 0,432 & -0,599 & 0,202 & 1,342 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,01 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1,941 \\ -0,230 \\ -1,941 \\ 0,230 \end{pmatrix}$$

Лабораторная работа №3

Тема. Приближение функции с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа заданной степени.

Литература: [1, с. 50-52]

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается задача интерполирования?
2. Что такое интерполяционный многочлен?
3. Что такое равномерная сетка?
4. Условие интерполяции.

Задание: Для заданной функции $y=f(x)$ на $[a, b]$ построить интерполяционный многочлен Лагранжа $L_n(x)$ ($n=3,4,\dots,9$) для равноотстоящих узлов. Оценить погрешность (построить графики погрешности, функции и многочлена Лагранжа).

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	$f(x)$	a	b	Номер варианта	$f(x)$	a	b
1	$\sqrt{(x-2)^3(5-x)}$	2	5	16	$x^2 - 2x + \frac{16}{(x-1)} - 13$	2	5
2	$\frac{(1+x)}{(3+x^2)}$	-9	9	17	$\frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}$	-2	2
3	$10e^{-x}(x^3-2x+1)$	-2	2	18	$(x+1)\sqrt{8-x}$	-3	3
4	$\sin(2x) \cdot (1+x^2)$	-1	5	19	$\frac{-x^2-7x-7}{x^2-2x+2}$	2	5
5	$e^{-0.5x} \cos x$	-5	3	20	$\frac{2x^2+6}{x^2-2x+5}$	-3	3
6	$\cos x \cdot e^{2.5 \sin x}$	1	3	21	$\frac{x}{(1+2x^2)}$	-1	4
7	$x^2 \sin(2x-3)$	0	4	22	$(1+x) \sin x$	0	5
8	$\frac{x}{(3+x^2)}$	-5	5	23	$e^{-x \sin(2x)}$	-2	2
9	$\frac{(1+x^2)}{(1+x^3)}$	0	4	24	$\frac{(1-x)}{(4+x^2)}$	-2	3
10	$(x-3) \cos^2 x$	-3	3	25	$\sqrt{x} \cdot \cos(2x)$	0	4
11	$(1-x) \cos x$	0	4	26	$x^2 \cos(x+1)$	-3	3
12	$\sqrt{x} - \cos(1.5x)$	0	8	27	$x+3 \cos^2 x$	-3	3
13	$\sin 2x - 0.2x^2$	0	6	28	$x^2 + \frac{2}{x+0.1}$	0	4
14	$\frac{(\sin x + 1)}{(x^2 + 1)}$	-3	2	29	$\frac{\cos x}{1+x^2}$	-2	3
15	$\frac{1}{2}x^2 + \frac{8}{x} + 8$	-4	-1	30	$e^{-x}(x^3+1)$	-2	2

Лабораторная работа №4

Тема. Построение интерполяционного кубического сплайна для функции, заданной таблицей.

Литература: [1, с. 77-81], [3, с. 110-117]

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение интерполяционного кубического сплайна.
2. Из какого условия определяются коэффициенты сплайна?

Задание: Построить интерполяционный кубический сплайн для функции, заданной таблицей, и найти его значение в указанной точке. Для решения системы алгебраических уравнений применить метод прогонки. Найти решение той же задачи, используя встроенные функции системы MathCAD. Сравнить полученные результаты.

Варианты индивидуальных заданий.

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
0.25	0.7788	1.284	0.2474	0.2526	1.031	0.2449	0.2553
0.31	0.7334	1.363	0.3051	0.3150	1.048	0.3004	0.3203
0.36	0.6977	1.433	0.3523	0.3678	1.066	0.3452	0.3764
0.39	0.6771	1.477	0.3802	0.4000	1.077	0.3714	0.4111
0.43	0.6505	1.537	0.4169	0.4434	1.094	0.4053	0.4586
0.47	0.6250	1.600	0.4529	0.4875	1.112	0.4382	0.5080
0.52	0.5945	1.682	0.4969	0.5438	1.138	0.4777	0.5726
0.56	0.5712	1.751	0.5312	0.5897	1.161	0.5080	0.6269
0.64	0.5273	1.896	0.5972	0.6846	1.212	0.5649	0.7445
0.66	0.5169	1.935	0.6131	0.7090	1.226	0.5784	0.7761
0.71	0.4916	2.034	0.6518	0.7712	1.263	0.6107	0.8595
x:	0.41	0.42	0.40	0.45	0.49	0.53	0.54

Номер варианта	8	9	10	11	12	13	14
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
0.24	1.2711	0.2355	1.029	0.7866	0.2423	0.2447	0.2374
0.26	1.297	0.2544	1.034	0.7711	0.2629	0.2660	0.2571
0.27	1.310	0.2637	1.037	0.7634	0.2733	0.2768	0.2667
0.29	1.336	0.2823	1.042	0.7483	0.2941	0.2984	0.2860
0.30	1.350	0.2915	1.045	0.7408	0.3045	0.3093	0.2955
0.32	1.377	0.3097	1.052	0.7261	0.3255	0.3314	0.3146
0.37	1.448	0.3544	1.069	0.6907	0.3785	0.3879	0.3616
0.38	1.462	0.3631	1.073	0.6839	0.3892	0.3994	0.3709
0.42	1.522	0.3976	1.090	0.6570	0.4325	0.4466	0.4078
0.49	1.632	0.4556	1.122	0.6126	0.5098	0.5334	0.4706
0.59	1.804	0.5330	1.179	0.5543	0.6248	0.6696	0.5564
x:	0.31	0.33	0.41	0.48	0.51	0.45	0.53

Номер варианта	15	16	17	18	19	20	21
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
1.2	0.0792	0.1823	1.063	0.3012	1.492	0.6703	0.7293
1.3	0.1139	0.2624	1.091	0.2725	1.935	0.5169	1.0495
1.4	0.1461	0.3365	1.119	0.2466	2.293	0.4350	1.3459
1.6	0.2041	0.4700	1.170	0.2019	3.561	0.2800	1.8800
1.7	0.2304	0.5306	1.193	0.1827	3.935	0.2541	2.1225
1.9	0.2788	0.6419	1.239	0.1496	4.055	0.2466	2.5674
2.1	0.3222	0.7419	1.281	0.1225	4.665	0.2144	2.9677
2.2	0.3424	0.7885	1.301	0.1108	5.529	0.1809	3.1538
2.4	0.3802	0.8755	1.339	0.0907	7.538	0.1327	3.5019
2.6	0.4150	0.9555	1.375	0.0743	12.182	0.0821	3.8220
2.7	0.4314	0.9933	1.392	0.0672	16.281	0.0614	3.9730

x:	2.3	2.0	1.8	2.5	1.61	1.39	2.43
----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

Номер варианта	22	23	24	25	26	27	28
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
1.24	0,8604	1,2350	0,8539	1,1973	2,0127	0,6419	0,9929
1.27	0,9561	1,1980	0,6824	0,9863	1,7427	0,5993	0,8473
1.3	1,0495	1,1626	0,5727	0,8518	1,5792	0,5664	0,7512
1.32	1,1105	1,1398	0,5190	0,7863	1,5038	0,5477	0,7029
1.34	1,1707	1,1177	0,4756	0,7336	1,4462	0,5310	0,6629
1.37	1,2592	1,0855	0,4241	0,6712	1,3834	0,5085	0,6139
1.4	1,3459	1,0547	0,3840	0,6229	1,3403	0,4884	0,5742
1.42	1,4026	1,0347	0,3617	0,5962	1,3195	0,4760	0,5515
1.45	1,4863	1,0058	0,3335	0,5626	1,2973	0,4589	0,5217
1.47	1,5410	0,9871	0,3174	0,5434	1,2872	0,4482	0,5042
1.49	1,5951	0,9689	0,3029	0,5264	1,2803	0,4380	0,4881
x:	1.29	1.31	1.39	1.44	1.26	1.48	1.33

Лабораторная работа №5

Тема. Приближение функций, заданных таблицей, по методу наименьших квадратов.

Литература: [3, с.162-170]

Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается подбор эмпирических формул?
2. Суть метода наименьших квадратов
3. В чем отличие интерполирования от построения сглаживающих многочленов?

Задание: Методом наименьших квадратов построить многочлен второй степени, аппроксимирующий функцию, заданную таблично, построить график.

Для этой же функции построить многочлен первой степени, пользуясь встроенными функциями системы MathCAD для линейной регрессии. Графически сравнить полученные результаты.

Варианты индивидуальных заданий.

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
0.25	0.7788	1.284	0.2474	0.2526	1.031	0.2449	0.2553
0.31	0.7334	1.363	0.3051	0.3150	1.048	0.3004	0.3203
0.36	0.6977	1.433	0.3523	0.3678	1.066	0.3452	0.3764
0.39	0.6771	1.477	0.3802	0.4000	1.077	0.3714	0.4111
0.43	0.6505	1.537	0.4169	0.4434	1.094	0.4053	0.4586
0.47	0.6250	1.600	0.4529	0.4875	1.112	0.4382	0.5080

Номер варианта	8	9	10	11	12	13	14
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
0.24	1.2711	0.2355	1.029	0.7866	0.2423	0.2447	0.2374
0.26	1.297	0.2544	1.034	0.7711	0.2629	0.2660	0.2571
0.27	1.310	0.2637	1.037	0.7634	0.2733	0.2768	0.2667
0.29	1.336	0.2823	1.042	0.7483	0.2941	0.2984	0.2860
0.30	1.350	0.2915	1.045	0.7408	0.3045	0.3093	0.2955
0.32	1.377	0.3097	1.052	0.7261	0.3255	0.3314	0.3146

Номер варианта	15	16	17	18	19	20	21
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
1.2	0.0792	0.1823	1.063	0.3012	1.492	0.6703	0.7293
1.3	0.1139	0.2624	1.091	0.2725	1.935	0.5169	1.0495
1.4	0.1461	0.3365	1.119	0.2466	2.293	0.4350	1.3459
1.6	0.2041	0.4700	1.170	0.2019	3.561	0.2800	1.8800
1.7	0.2304	0.5306	1.193	0.1827	3.935	0.2541	2.1225
1.9	0.2788	0.6419	1.239	0.1496	4.055	0.2466	2.5674

Номер варианта	22	23	24	25	26	27	28
x_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k	y_k
1.24	0,8604	1,2350	0,8539	1,1973	2,0127	0,6419	0,9929
1.27	0,9561	1,1980	0,6824	0,9863	1,7427	0,5993	0,8473
1.3	1,0495	1,1626	0,5727	0,8518	1,5792	0,5664	0,7512
1.32	1,1105	1,1398	0,5190	0,7863	1,5038	0,5477	0,7029
1.34	1,1707	1,1177	0,4756	0,7336	1,4462	0,5310	0,6629
1.37	1,2592	1,0855	0,4241	0,6712	1,3834	0,5085	0,6139

Лабораторная работа №6

Тема: Приближенное вычисление определенного интеграла с помощью квадратурных формул.

$$J = \int_a^b f(x)dx = J_n + R_n, \text{ где } J_n = \sum_{k=0}^n c_k f(x_k)$$

Литература: [1, с. 82-93], [3, с. 118-134]

Вопросы для самоконтроля

1. В чем состоит задача численного интегрирования?
2. Дайте определение квадратурной формулы?
3. Что лежит в основе вывода квадратурных формул интерполяционного типа?
4. За счет чего достигается большая точность в квадратурной формуле Гаусса?

Задание:

1) Вычислить значения J_n для различных значений $n=2^k$, $k=1, \dots, 6$ по заданной квадратурной формуле: Вариант 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28 - обобщенные формулы прямоугольников

Вариант 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29 - обобщенные формулы трапеций

Вариант 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 - обобщенные формулы Симпсона

2) Вычислить значение J_n по квадратурной формуле интерполяционного типа при заданном значении n .

3) Вычислить значение J_n для различных значений $n=1, \dots, 8$ по квадратурной формуле Гаусса.

Элементы формулы Гаусса

n	i	t_i	C_i
1	1	0	2
2	2,1	± 0.57735027	1
3	3,1	± 0.77459667	0.55555556
	2	0	0.88888889

n	i	t _i	C _i
4	4,1	±0.86113631	0.34785484
	3,2	±0.33998104	0.65214516
5	5,1	±0.90617985	0.23692688
	4,2	±0.53846931	0.47862868
	3	0	0.56888889
6	6,1	±0.93246951	0.17132450
	5,2	±0.66120939	0.36076158
	4,3	±0.23861919	0.46791394
7	7,1	±0.94910791	0.12948496
	6,2	±0.74153119	0.27970540
	5,3	±0.40584515	0.38183006
	4	0	0.41795918
8	8,1	±0.96028986	0.10122854
	7,2	±0.79666648	0.22238104
	6,3	±0.52553242	0.31370664
	5,4	±0.18343464	0.36268378

Варианты индивидуальных заданий.

Номер вариант а	f(x)	a	b	Номер варианта	f(x)	a	b
1	$\frac{1}{\sqrt{2 \cdot x^2 + 1}}$	1	4	16	$\frac{x^2 + 0.5}{\sqrt{x^2 + 1}}$	-3	0
2	$\frac{\lg(x+2)}{x}$	0.5	2	17	$\frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x+2}$	0	3
3	$\frac{\sin(2 \cdot x)}{x^2}$	0.5	3	18	$\frac{\cos x}{x^2 + 1}$	0	4
4	$\frac{\operatorname{tg}(x^2)}{x^2 + 1}$	0.2	1	19	$\frac{\sqrt{x+1}}{\operatorname{ctg}(2 \cdot x)}$	0.1	2
5	$\frac{\cos x}{x+1}$	0	3	20	$\frac{\sqrt{x}}{2} \cdot \sin \frac{x}{2}$	1	4
6	$\frac{1}{\sqrt{0.5 \cdot x^2 + 2}}$	-1	3	21	$\cos(1 - 2x)$	0	$\pi/2$
7	$\frac{\sin(x^2 - 1)}{2 \cdot \sqrt{x}}$	2	5	22	$\frac{\cos x}{x+2}$	0.4	2
8	$\frac{\sin x}{x+1}$	0.5	2	23	$\frac{\lg(x^2 + 2)}{x+1}$	1	3
9	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$	-2	2	24	$x^2 \cos 3x$	0.6	2
10	$\frac{\operatorname{tg}(x^2 + 0.5)}{2 \cdot x^2 + 1}$	-1	1	25	$x - e^{2x}$	-1	1
11	$\frac{\lg(x^2 + 2)}{x+1}$	0	2	26	$\sqrt{1+x} \lg(x+3)$	0	2
12	$\frac{1}{\sqrt{2 \cdot x^2 + 0.3}}$	-3	1	27	$(3x+2) \cos x$	0.2	1
13	$\frac{x}{2} \cdot \lg \left[\frac{x^2}{2} \right]$	1	3	28	$\ln(2 + 3x)$	0	2

Номер варианта а	$f(x)$	a	b	Номер варианта	$f(x)$	a	b
14	$\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$	-2	1	29	$\sqrt{x-1}$	1	3
15	$\frac{x^2}{\sqrt{x+1}}$	2	4	30	$\sin x + x^2$	0	π

Лабораторная работа №7

Тема: Численное решение задачи Коши для ОДУ первого порядка с помощью одношаговых и многошаговых разностных схем

Литература: [1, с. 82-93], [3, с. 118-134]

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое разностная схема?
2. Что такое погрешность аппроксимации разностной схемы?

Задание: Найти приближенные решения задачи Коши,

$$u' = f(x, u), \quad u(0) = 0$$

на отрезке $[0, 1]$ с точностью $O(10^{-4})$, используя один из четырех методов:

Вариант	Метод
1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29	простейший метод Эйлера первого порядка точности,
2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30	модифицированный метод Эйлера второго порядка,
3, 7, 11, 15, 19, 23, 27	метод Рунге-Кутты второго порядка,
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28	явный метод Адамса второго порядка,

Оценить погрешность приближенного решения по методу Рунге:

$$\|u - y_k\| \approx \frac{\|y_k - y_{2k}\|}{2^a - 1}$$

где y_k - приближенное решение, полученное с шагом h , a - порядок точности метода.

Варианты индивидуальных заданий.

Номер варианта	$f(x, u)$	Номер варианта	$f(x, u)$
1	$\cos(x+u) + \frac{3}{2} \cdot (x-u)$	14	$(0.7-u^2) \cdot \cos x + 0.3 \cdot u$
2	$0.6 \cdot \sin x - 1.2 \cdot u^2 + 1$	15	$1 + \frac{1}{5} \cdot u \cdot \sin x - u^2$
3	$1 - \sin(u+2x) + \frac{0.5 \cdot u}{2+x}$	16	$1 + (0.7-x) \cdot \sin x - 1.2 \cdot xu$
4	$\cos(2x+u) + \frac{3}{2} \cdot (x-u)$	17	$0.8 \cdot e^{-(0.8+xu)} + 0.6 \cdot x^2 u$
5	$\frac{\cos u}{1+x} - \frac{u^2}{2}$	18	$\cos(1.75 \cdot x + u) + 1.2 \cdot (x-u)$
6	$1 - \frac{0.1 \cdot x}{u+2} - \sin(2x+u)$	19	$1 - \sin(2x+u) + \frac{0.5 \cdot u^2}{2+x}$

Номер варианта	$f(x,u)$	Номер варианта	$f(x,u)$
7	$(0.8 - u^2) \cdot \cos x + 0.4 \cdot u$	20	$\frac{\cos u}{1.25 + x} - 0.3 \cdot u^2$
8	$\frac{\cos u}{1.25 + x} - 0.1 \cdot u^2$	21	$1 + (1.2 - x) \cdot \sin u - u \cdot (1 + x)$
9	$1 + 0.6 \cdot u \cdot \sin x - 1.5 \cdot u^2$	22	$(0.9 - u^2) \cdot \cos x + 0.5 \cdot u$
10	$\cos(1.5 \cdot x + u) + 1.5 \cdot (x - u)$	23	$1 + 0.8 \cdot u \cdot \sin x - 1.75 \cdot u^2$
11	$0.2 \cdot e^{-xu} + 0.3 \cdot (x^2 + u)$	24	$0.4 \cdot e^{-(0.4+xu)} + 0.4 \cdot (x + u)$
12	$u \cdot \cos^2 \left(u - \frac{x}{2} \right) + 0.1 \cdot x^2$	25	$1 - x \sin 2u - [0.6 + x] u$
13	$\frac{\cos u}{1.5 + x} - 0.1 \cdot u^2$	26	$\cos(x + u + xu) - 1.3 \cdot x$

Лабораторная работа №8

Тема: Численное решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.

Литература [3, с. 118-134]

Задание: Найти приближенное решение двухточечной краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка в самосопряженной форме:

$$(k(x)u')' - q(x)u = 0$$

на отрезке $[0, 2]$ с краевыми условиями первого рода:

$$u(0) = \mu_1, u(2) = \mu_2$$

Воспользоваться трехточечной разностной схемой второго порядка аппроксимации. Для ее решения применить метод прогонки.

Варианты индивидуальных заданий.

Номер варианта	$k(x)$	$q(x)$	μ_1	μ_2
1	$1+x^2$	$0.5x$	0	1
2	$1+x$	$0.2x^2$	-1	1
3	$\ln(2+x)$	$\sqrt{1+x}$	0	2
4	$1+0.5x^2$	$\frac{1}{1+x}$	2	0
5	$\frac{1}{2+\sqrt{x}}$	$0.7x$	3	1
6	$1-0.1x^2$	$0.6\ln(1+x)$	0	3
7	$\frac{1}{1+x^2}$	$1+0.3 \cdot x$	0.5	2.5
8	e^{-x}	$0.4 \cdot \sqrt{x+1}$	-1	3
9	$1+0.3 \cdot x^2$	$\ln(1+x)$	0	4
10	$1+e^{-x}$	$\frac{x^2}{2}$	1.5	3
11	$1+\frac{\sqrt{x+2}}{2}$	$\frac{2}{1+2x^2}$	-1	3

Номер варианта	$k(x)$	$q(x)$	μ_1	μ_2
12	$1 + \ln(1+x)$	$2\sqrt{x}$	0	4
13	$\frac{1}{2+x^2}$	$\frac{1+\sin x}{5}$	-1.5	3
14	$0.2 + e^{-x}$	$0.6 \cdot x$	4	0
15	$0.5 + x^3$	$\ln(1+x^2)$	2	4.5
16	$2+x$	$\frac{e^{-x}}{10}$	2.5	-1.5
17	$\frac{1}{2 \cdot (1+\ln x)}$	$1 + \frac{x}{10}$	1	1
18	$2 + \frac{x^2}{10}$	e^x	-3.5	1
19	$\ln(3.5+x)$	$\frac{x^2}{5}$	-2	2
20	$\frac{3}{2} \cdot \sin(x+1)$	$\frac{3 \cdot x}{10}$	3	1.5
21	$1 - 0.2 \cdot x^2$	$\sqrt{x^2+1}$	-0.5	2
22	$\sqrt{x^2 + \frac{1}{2}}$	e^{-x^2}	-2.5	2.5
23	$1 + \frac{3x}{10}$	$\frac{\cos x}{5} + 1$	2.5	-0.5
24	$\frac{1}{1+e^{-x}}$	$\frac{2x}{5} + 2$	3	1
25	$\frac{1}{2} + \frac{x}{10}$	e^{x-2}	1.5	4
26	$4 - \frac{x^2}{2}$	$\frac{3}{5} + \frac{1}{x^2}$	4	0
27	$1.5 \cdot \cos(x-1)$	$1.2 \cdot x^2$	1.3	2
28	$1 + 2.5 \cdot \sqrt{x+1}$	$\ln(2+x^2)$	-2	0.7
29	$0.5 \cdot \sin(x+3)$	$0.2 \cdot x^2 + 0.3$	5	1.2
30	$\frac{2}{2+e^{-x}}$	$1.2 + \ln(1+x^2)$	0.8	2.6